

# 采场端部底板破坏深度解析分析

林远东<sup>1,2</sup>, 涂敏<sup>2,3</sup>

(1. 安徽理工大学 理学院, 安徽 淮南 232001; 2. 安徽理工大学 能源与安全学院, 安徽 淮南 232001;  
3. 煤矿安全高效开采省部共建教育部重点实验室, 安徽 淮南 232001)

**摘 要:** 为了理顺采场端部底板岩体主应力场中 3 个主应力的力学逻辑关系, 同时研究采场端部底板破坏深度, 通过力学分析, 确定了采场端部底板岩体主应力的具体形式, 并以此为基础导出采场端部底板破坏深度的计算公式。研究结果表明, 主应力场在极坐标下是关于极径  $r$  与极角  $\theta$  的函数, 且 3 个主应力与采场底板岩体的泊松比  $\mu$  有关, 当采场底板岩体的泊松比  $\mu$  与采场端部底板岩体中的单元体在极坐标下的极角  $\theta$  满足不同数值关系时, 3 个主应力是有所不同的, 与之对应的采场端部底板破坏深度计算公式也必然不同。

**关键词:** 采场; 端部; 底板; 破坏深度; 解析分析

**中图分类号:** TD323 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-2336(2011)03-0025-04

## Resolution and Analysis on Failure Depth of Face End Floor in Coal Mining Face

LIN Yuan-dong<sup>1,2</sup>, TU Min<sup>2,3</sup>

(1. School of Sciences, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China;

2. School of Energy and Safety, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China;

3. Provincial and Ministry of Education's Joint Key Lab of Mine Safety and High Efficient Mining, Huainan 232001, China)

**Abstract:** in order to understand the three main stress mechanics logic relationship in the main stress field of the floor strata at the face end, the floor failure depth of the face end floor was studied. With the mechanics analysis, the certain mode of the main stress in the face end floor strata was determined. Based on the circumstance, the calculation formula of the failure depth at the face end floor was derived. The study results showed that the main stress field under the polar coordinates would be the polar diameter  $r$  and polar angle  $\theta$  function and the three main stresses would be related to the Poisson ratio  $\mu$  of the face end floor strata. When the Poisson ratio  $\mu$  of the face floor strata and the element unit under the polar angle  $\theta$  of polar coordinates in the face end floor strata could meet the different numerical relationship, the three main stresses would be different and the calculation formula of the failure depth at the face end floor would be absolutely different.

**Key words:** coal mining face; face end; floor; failure depth; resolution and analysis

目前对底板的研究主要集中在采煤工作面底板应力与位移变化规律及底板岩体变形破坏特征、底板岩体变形破坏后的渗流特征及突水预测预报及底板的突水防治技术 3 方面<sup>[1]</sup>。而采场底板应力场和变形破坏特征是承压水上安全开采、底板巷道合理布置与维护等矿山压力问题的设计依据。因而采动条件下底板应力场及变形破坏特征的研究具有重大的经济价值和社会意义。而笔者发现, 对底板按平面应变研究时, 均以张金才等编写的《岩体渗流与煤层底板突水》一书为理论基础, 而该文献对

采场端部底板破坏深度的研究尚有众多的理论和实际问题需作更全面、更深入的研究。本文以近水平开采工作面为研究对象, 在理顺主应力逻辑关系的同时, 推导出了采场两端底板岩体的破坏深度计算公式。本文所称“采场端部”是指采场两端位置。

### 1 采场围岩应力分布规律

对于图 1 所示的开采工作面, 设开采宽度  $L = 2a$  ( $a$  为工作面开采宽度的 1/2), 在采场远处受原始应力  $\sigma$  及侧向应力  $\lambda\sigma$  的作用。该问题属平面应变问题, 且开采高度通常比开采宽度小得多。

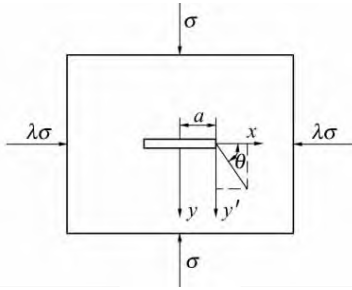


图 1 采场应力分析力学模型

该工作面在图示坐标下端部围岩的应力场解答为<sup>[1]</sup>

$$\begin{cases} \sigma_x = \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \sigma - (1 - \lambda) \sigma \\ \sigma_y = \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \sigma \\ \tau_{xy} = \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \sigma \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\sigma_x$  和  $\sigma_y$  分别为工作面端部围岩内点的单元体沿  $x$  和  $y$  方向的正应力;  $\tau_{xy}$  为工作面端部围岩内点的单元体在外法线与  $y$  轴指向平行的切应力;  $r$  为工作面端部围岩内点的单元体在极坐标下的极径;  $\theta$  为工作面端部内点的单元体在极坐标下的极角;  $\lambda$  为原岩应力侧压系数。

将  $L=2a$  及  $\sigma=\gamma H$  代入式 (1) 得

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{\gamma H}{2} \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - (1 - \lambda) \gamma H \\ \sigma_y = \frac{\gamma H}{2} \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \tau_{xy} = \frac{\gamma H}{2} \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $\gamma$  为上覆岩层容重;  $H$  为上覆岩层厚度。

因  $r < L$ , 所以式 (2) 中  $\sigma_x$  的后一项可以忽略, 则采场边缘的应力场表达式相应简化为

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{\gamma H}{2} \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_y = \frac{\gamma H}{2} \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \tau_{xy} = \frac{\gamma H}{2} \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{cases} \quad (3)$$

由点的应力状态分析<sup>[2-4]</sup>知, 在图示坐标下极

径为  $r$ 、极角为  $\theta$  的点, 其极值应力为

$$\begin{cases} \sigma_{\max} \\ \sigma_{\min} \end{cases} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4)$$

式中,  $\sigma_{\max}$  和  $\sigma_{\min}$  分别表示点的应力状态分析的极值状态。

将式 (3) 代入式 (4) 得

$$\begin{cases} \sigma_{\max} \\ \sigma_{\min} \end{cases} = \frac{\gamma H}{2} \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 \pm \sin \frac{\theta}{2} \right) \quad (5)$$

在平面应变状态下, 另一个极值应力为

$$\mu(\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) = \mu \gamma H \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \quad (6)$$

式中,  $\mu$  为底板岩体的泊松比。

在文献 [1] 中, 其将式 (5) 中的  $\sigma_{\min}$  直接认为是主应力  $\sigma_2$ , 这样处理没有理论依据, 是不妥当的, 且后续分析时又分别按平面应力和平面应变 2 种情况加以讨论, 由弹性理论知该问题属平面应变问题, 无需分情况讨论。从另一角度来说, 即使是要按 2 种状态讨论, 也不能以文献 [1] 所述的: 在平面应力状态下  $\sigma_3=0$ ; 而平面应力状态下  $\sigma_3=\mu\gamma H \sqrt{L/r} \cos(\theta/2)$ , 这在逻辑上是不合理的。本文认为后续工作的基础在于应先理顺主应力的力学逻辑关系, 主应力的确定以及以此为基础的推导工作应分情况讨论, 具体如下所述。

## 2 采场端部底板破坏深度

进行上述过程求解极值应力的最终目的是为了求得采场端部底板最大破坏深度, 考察图 1 坐标中第一象限的情况, 此时

$$\theta \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right] \quad (7)$$

比较式 (5) 第 2 式和式 (6), 均在  $\theta \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right]$ , 属于  $\theta$  的减函数, 而式 (6) 还与岩石的泊松比  $\mu$  相关。在  $\theta \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right]$ , 并非始终有  $\sigma_{\min} \geq \mu(\sigma_{\min} + \sigma_{\max})$ 。所以应具体按下面 2 种情况考虑:

1) 当  $\sigma_{\min} \geq \mu(\sigma_{\min} + \sigma_{\max})$  时, 将式 (5) 第二式和式 (6) 代入条件化简得

$$\mu \leq \frac{1}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \right) \quad (8)$$

弹性理论中主应力符号规定<sup>[2-4]</sup>为

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad (9)$$

式中,  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、 $\sigma_3$  分别表示点的应力状态分析下单元体的第一、第二和第三主应力。

结合式 (5)、式 (6)、式 (9) 求当  $\mu \leq \frac{1}{2} \times (1 - \sin \frac{\theta}{2})$  时单元体的主应力为

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{\gamma H}{2} \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2}\right) \\ \sigma_2 = \frac{\gamma H}{2} \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2}\right) \\ \sigma_3 = \mu \gamma H \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \end{cases} \quad (10)$$

应用 Mohr - Coulomb 破坏准则<sup>[5-7]</sup>, 即

$$\sigma_1 - K\sigma_3 = R_c \quad (11)$$

式中,  $R_c$  为岩石的抗压强度。

而参数  $K$  由下式确定为

$$K = \frac{1 + \sin \varphi_0}{1 - \sin \varphi_0} \quad (12)$$

式中,  $\varphi_0$  为岩体的内摩擦角。

将式 (10) 代入式 (11) 得

$$\begin{aligned} \frac{\gamma H}{2} \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2}\right) - \\ K \mu \gamma H \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} = R_c \end{aligned} \quad (13)$$

由此可得采场边界破坏区的边界方程为

$$r = \frac{\gamma^2 H^2 L}{4R_c^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} - 2K\mu\right)^2 \quad (14)$$

据图 1 所示几何关系知, 采场端部底板破坏深度  $h$  为

$$h = r \sin \theta = \frac{\gamma^2 H^2 L}{4R_c^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} - 2K\mu\right)^2 \sin \theta \quad (15)$$

上式表明采场端部底板破坏深度  $h$  是关于采场端部底板内一点在极坐标下极角  $\theta$  的函数。求采场端部底板最大破坏深度, 只需令  $\frac{\partial h}{\partial \theta} = 0$ , 从而可得

$$\begin{aligned} 6 \sin^3 \frac{\theta}{2} + 4(1 - 2K\mu) \sin^2 \frac{\theta}{2} - \\ 3 \sin \frac{\theta}{2} - (1 - 2K\mu) = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

2) 当  $\sigma_{\min} \leq \mu(\sigma_{\min} + \sigma_{\max})$  时, 将式 (5) 第二式和式 (6) 代入条件化简得

$$\mu \geq \frac{1}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2}\right) \quad (17)$$

此时结合式 (9) 得当  $\mu \geq \frac{1}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2}\right)$  时:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{\gamma H}{2} \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2}\right) \\ \sigma_2 = \mu \gamma H \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \\ \sigma_3 = \frac{\gamma H}{2} \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2}\right) \end{cases} \quad (18)$$

将主应力代入式 Mohr - Coulomb 破坏准则  $\sigma_1 - K\sigma_3 = R_c$  得

$$\begin{aligned} \frac{\gamma H}{2} \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2}\right) - \\ K \frac{\gamma H}{2} \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2}\right) = R_c \end{aligned} \quad (19)$$

由此可得采场边界破坏区的边界方程为

$$r = \frac{\gamma^2 H^2 L}{4R_c^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} - K \left(1 - \sin \frac{\theta}{2}\right)\right]^2 \quad (20)$$

据几何关系有采场端部底板破坏深度  $h$  为

$$\begin{aligned} h = r \sin \theta = \frac{\gamma^2 H^2 L}{4R_c^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} - \right. \\ \left. K \left(1 - \sin \frac{\theta}{2}\right)\right]^2 \sin \theta \end{aligned} \quad (21)$$

欲求采场端部底板最大破坏深度, 只需令  $\frac{\partial h}{\partial \theta} = 0$ , 从而可得

$$\begin{aligned} \sin^3 \frac{\theta}{2} + \frac{2(1-K)}{3(1+K)} \sin^2 \frac{\theta}{2} - \\ \frac{1}{2} \sin \frac{\theta}{2} - \frac{1-K}{6(1+K)} = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

### 3 结 论

1) 由力学分析得到平面应变条件下采场端部底板内单元体的极值应力  $\sigma_{\max} = \frac{\gamma H}{2} \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \times \left(1 + \sin \frac{\theta}{2}\right)$ ,  $\sigma_{\min} = \frac{\gamma H}{2} \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2}\right)$  和  $\mu \gamma H \times \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2}$ 。结果表明主应力场在极坐标下是极径  $r$  与极角  $\theta$  的函数。

2) 根据主应力  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  的逻辑关系分析

知, 采场端部底板岩体中 3 个主应力与采场端部底板岩体的泊松比  $\mu$  和底板内点的单元体在极坐标下的极角  $\theta$  有关: ①当采场端部底板岩体的泊松比  $\mu$  与底板内点的单元体在极坐标下的极角  $\theta$  满足  $\mu \leq \frac{1}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \right)$  时, 3 个主应力分别为  $\sigma_1 = \frac{\gamma H}{2} \sqrt{\frac{L}{r}} \times \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \right)$ ,  $\sigma_2 = \frac{\gamma H}{2} \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \right)$ ,  $\sigma_3 = \mu \gamma H \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2}$ ; ②当采场端部底板岩体的泊松比  $\mu$  与底板内点的单元体在极坐标下的极角  $\theta$  满足  $\mu \geq \frac{1}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \right)$  时, 3 个主应力分别为:  $\sigma_1 = \frac{\gamma H}{2} \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \right)$ ,  $\sigma_2 = \mu \gamma H \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2}$ ,  $\sigma_3 = \frac{\gamma H}{2} \sqrt{\frac{L}{r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \right)$ 。

3) 采用 Mohr - Coulomb 破坏准则获得了采场端部底板破坏深度计算式: ①当  $\mu \leq \frac{1}{2} \times \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \right)$  时, 由  $6 \sin^3 \frac{\theta}{2} + 4 \left( 1 - 2K\mu \right) \sin^2 \frac{\theta}{2} - 3 \sin \frac{\theta}{2} - \left( 1 - 2K\mu \right) = 0$  求出  $\theta$  后代入  $h = \frac{\gamma^2 H^2 L}{4R_c^2} \times \cos^2 \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} - 2K\mu \right)^2 \sin \theta$  可求得采场端部底板

岩体破坏深度; ②当  $\mu \geq \frac{1}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \right)$  时, 由  $\sin^3 \frac{\theta}{2} + \frac{2}{3} \frac{(1-K)}{(1+K)} \sin^2 \frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \sin \frac{\theta}{2} - \frac{1-K}{6(1+K)} = 0$  求出  $\theta$  后代入  $h = \frac{\gamma^2 H^2 L}{4R_c^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left[ 1 + \sin \frac{\theta}{2} - K \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \right) \right]^2 \sin \theta$  可解得采场端部底板岩体破坏深度。

#### 参考文献:

- [1] 张金才, 刘天泉. 岩体渗流与煤层底板突水 [M]. 北京: 地质出版社, 1997.
- [2] 刘鸿文. 材料力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2005.
- [3] 顾志林. 弹性力学及其在岩土工程中的应用 [M]. 北京: 煤炭工业出版社, 2003.
- [4] 吴家龙. 弹性力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2004.
- [5] 蔡美峰. 岩石力学与工程 [M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- [6] 贾喜荣. 矿山岩层力学 [M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1996.
- [7] 钱鸣高, 石平五. 矿山压力与岩层控制 [M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2003.

作者简介: 林远东 (1978—), 男, 贵州毕节人, 讲师, 硕士, 从事力学与采矿工程研究工作. Tel: 13955471145, E-mail: ydlin771010@163.com

收稿日期: 2010-11-17; 责任编辑: 曾康生

(上接第 24 页)

出 CSA 膨胀剂与 D 型速凝剂和普通硅酸盐水泥有较好的适宜性, 适合配制喷射补偿收缩混凝土。

#### 参考文献:

- [1] 阎培渝, 韩建国, 杨文言. 复合胶凝材料水化过程 ESEM 观察 [J]. 电子显微学报, 2004, 23 (2): 183-187.
- [2] 魏江勇. 水泥基复合材料中  $\text{SO}_3$  与  $\text{Al}_2\text{O}_3$  含量对钙矾石及膨胀性能影响的研究 [J]. 混凝土, 2002 (4): 15-18.
- [3] 马芹永. 混凝土结构基本原理 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2007.
- [4] 阎培渝, 徐志全. 水胶比和组成对补偿收缩胶凝材料的水化反应的影响 [J]. 硅酸盐学报, 2003, 31 (8): 790-794.
- [5] 吴中伟, 廉慧珍. 高性能混凝土 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 1999.
- [6] 李琼, 王子明, 刘艳霞, 等. SL 型液体低碱速凝的速凝机理研究 [J]. 混凝土, 2003 (4): 28-30.
- [7] 乔宏霞, 何忠茂, 刘翠兰. 辅助胶凝材料改善砼微观结构

的研究 [J]. 兰州理工大学学报, 2006, 32 (3): 126-129.

- [8] YAN Pei-yu, ZHENG Feng, XU Zhi-quan. Hydration of Shrinkage-compensating Binders with Different Compositions and Water-binder Ratios [J]. Journal of Thermal Analysis and calorimetry, 2003, 74 (3): 201-209.
- [9] 赵晓艳, 田稳苓, 姜忻良, 等. EVA 改性 EPS 混凝土微观结构及性能研究 [J]. 建筑材料学报, 2010, 13 (2): 243-246.
- [10] 钱晓倩, 孟涛, 詹树林, 等. 复合聚合物对混凝土力学性能的影响和微观结构分析 [J]. 稀有金属材料与工程, 2008, 37 (S1): 691-694.

作者简介: 黄伟 (1980—), 男, 安徽青阳人, 博士研究生, 主要从事喷射混凝土支护材料方面的研究工作. Tel: 13865547007, E-mail: hwaust@163.com

收稿日期: 2010-11-06; 责任编辑: 王晓珍