

改进 Logistic 函数模型在地表下沉预计中的应用

席国军¹ 洪 兴² 邵红旗³

(1. 陕西彬长矿业集团有限公司 胡家河矿业有限公司 陕西 咸阳 710065; 2. 西安科技大学 建筑与土木工程学院 陕西 西安 710054;
3. 中国煤炭科工集团西安研究院 陕西 西安 710077)

摘要:为了精确预计薄基岩厚松散层浅埋煤层开采引起的地表下沉,针对 Logistic 函数模型在浅埋煤层开采地表下沉预计应用中存在预计精度不高的缺陷,提出了 Logistic 函数模型的改进方法,得出了预计薄基岩厚松散层浅埋煤层开采引起地表下沉的表达式。工程实际应用结果表明: Logistic 函数模型地表下沉预计值最大残差由改进前的 340.2 mm 减小至改进后的 65.2 mm,且相对误差由原来的大于 10% 减少至 10% 以下,改进后的 Logistic 函数模型预计精度更高。

关键词:薄基岩厚松散层;浅埋煤层;改进 Logistic 函数模型;地表沉陷

中图分类号: TD325 文献标志码: A 文章编号: 0253-2336(2013)08-0114-04

Application of Improved Logistic Function Model to Prediction of Surface Subsidence

XI Guo-jun¹, HONG Xing², SHAO Hong-qi³

(1. Hujiahe Mining Company Ltd. Shaanxi Binechang Coal Mining Group Co. Ltd. Xianyang 710065, China;
2. School of Architecture and Civil Engineering, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China;
3. Xi'an Research Institute, China Coal Technology and Engineering Group Corporation Ltd., Xi'an 710077, China)

Abstract: In order to accurately predict the surface subsidence caused by shallow seam mining under the conditions of thin bedrock and thick loose layer according to the defects of the Logistic time function model in predicting the surface subsidence caused by shallow seam mining, the authors put forward the improved Logistic time function model, and achieved the expression of the surface subsidence caused by shallow seam mining eventually. The practice results showed that the maximum residual value of the expected surface subsidence by improved Logistic model was reduced from previous 340.2 mm to 65.2 mm with traditional Logistic model. The relative error was reduced from over 10% to less 10%. The improved Logistic function model would have higher precision than traditional Logistic function model.

Key words: loose layer of thin base rock; shallow depth seam; improved Logistic function model; surface ground subsidence

0 引言

Logistic 函数模型最初是在生态学中用于描述人口增长的预测模型^[1],它能反映人口增长的一般规律,即随着时间的增长,种群规模逐渐增大,密度制约的影响越来越大,迫使种群规模的增长速度变慢而渐渐地达到饱和,后来此模型在其他诸多学科得到应用和推广^[2-4]。地下开采引起的地表沉陷变形是一个复杂的四维空间问题,在进行开采设计和选择地面建筑物保护措施时,需考虑地表下沉变形随时间的发展全过程。目前常用的克诺特(Khothe)时间函数,无法描述地表下沉全过程。针对该时间

函数的缺陷,笔者在分析地表沉降规律和 Logistic 模型的基础上,提出了改进的地表下沉时间函数——基于 Logistic 模型的地表下沉时间函数^[5-7]。

1 Logistic 函数模型地表下沉参数分析

Logistic 人口增长模型的微分方程为

$$\frac{dN(t)}{dt} = rN(t)[1 - N(t)/K] \quad (1)$$

其中: r 为种群的内禀增长率 $r > 0$; K 为环境的容纳量 $K > 0$; N 为 t 时刻的种群数量。式(1)解为

$$N(t) = K / (1 + ce^{-rt}) \quad (2)$$

式(2)的图形是以 $N = K$ 和 $N = K / (1 + ce^{-rt})$ 为渐近线的 1 条“S”型曲线,可反映地表下沉的一般规

收稿日期: 2013-03-09; 责任编辑: 曾康生

作者简介: 席国军(1984—)男,河南南召人。E-mail: 50603912@qq.com

引用格式: 席国军,洪 兴,邵红旗. 改进 Logistic 函数模型在地表下沉预计中的应用[J]. 煤炭科学技术, 2013, 41(8): 114-117, 128.

律, 可将其看成是地表下沉函数 $N(t)$ 可看成是 t 时刻地表某点的下沉量, 用 $W(t)$ 表示; K 可看成是该点处的最终下沉值, 用 W_{\max} 表示; c, r 可看成下沉影响系数, 分别用 c_0, r_0 表示。则地表下沉函数可表示为

$$W(t) = W_{\max} / (1 + c_0 e^{-r_0 t}) \quad (3)$$

对式(3)求导, 得地表下沉速度 $v(t)$ 函数:

$$v(t) = W'(t) = W_{\max} r_0 c_0 e^{-r_0 t} / (1 + c_0 e^{-r_0 t})^2 \quad (4)$$

对式(4)求导, 可得地表下沉加速度 $a(t)$ 函数:

$$a(t) = v'(t) = (W_{\max} r_0^2 c_0^3 e^{-3r_0 t} - W_{\max} r_0^2 c_0 e^{-r_0 t}) / (1 + c_0 e^{-r_0 t})^4 \quad (5)$$

以陕北三道沟煤矿浅埋煤层开采实测的地表下沉数据为例(表 1), 对该表达式进行参数拟合。拟合结果表明: 不同开采条件下 c_0 变化大, 而 r_0 变化不大, 一般为 $0.1 \sim 0.2$ 。

1) 参数 c_0 对地表下沉曲线的影响。取 $W_{\max} = 2900 \text{ mm}$, $r_0 = 0.15$, 当 $c_0 = 10^4, c_0 = 10^5, c_0 = 10^6$ 时, 其预计的下沉值、下沉速度和下沉加速度如图 1 所示。由图 1 可以看出: 参数 c_0 对下沉曲线、下沉速度曲线和下沉加速度曲线的形态影响不大。 c_0 越大, 地表某点开始下沉的时间、该点达到最大下沉速度和达到最大下沉加速度的时间就越滞后, 但各曲线的平缓程度和总体变化趋势不变。

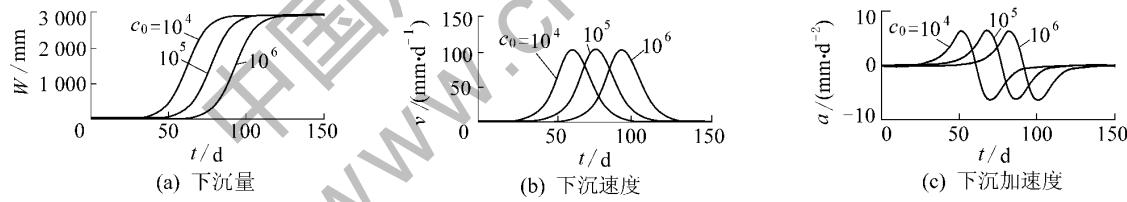


图 1 c_0 对地表下沉、下沉速度和下沉加速度影响

2) 下沉影响系数 r_0 对地表下沉曲线的影响。取 $W_{\max} = 2900 \text{ mm}$, $c_0 = 10^4$, 当 $r_0 = 0.10, r_0 = 0.15, r_0 = 0.20$ 时, 预计下沉曲线、下沉速度曲线和下沉加速度曲线如图 2 所示。由图 2 可以看出: 下沉影响

表 1 三道沟煤矿 35101 工作面地表移动实测数据

总回采 距离/m	观测时 间/d	实测下沉值/mm			下沉速度/(mm·d ⁻¹)		
		Z_7 点	Z_8 点	Z_9 点	Z_7 点	Z_8 点	Z_9 点
3.1	2	0	0	0	0	0	0
46.2	35	33	0	0	8.3	0	0
47.4	38	51	21	0	6.0	7.0	0
59.3	42	126	78	37	18.8	14.3	9.3
73.8	46	257	141	74	32.8	15.8	9.3
84.0	49	386	248	125	43.0	35.7	17.0
90.6	51	513	336	174	63.5	44.0	24.5
100.2	53	775	431	244	131.0	47.5	35.0
107.4	55	832	782	335	28.5	175.5	45.5
121.8	59	981	1100	902	37.3	79.5	141.8
125.2	60	1016	1211	1017	35.0	111.0	115.0
132.3	62	1084	1275	1148	34.0	32.0	65.5
151.7	67	1264	1383	1282	36.0	21.6	26.8
164.0	70	1334	1427	1386	23.3	14.7	34.7
190.6	77	1485	1512	1470	21.6	12.1	12.0
210.0	83	1554	1573	1540	11.5	10.2	11.7
229.6	88	1595	1627	1600	8.2	10.8	12.0
256.9	95	1628	1684	1672	4.7	8.1	10.3
288.8	103	1657	1715	1733	3.6	3.9	7.6
337.9	113	1667	1736	1771	1.0	2.1	3.8
379.7	124	1671	1750	1794	0.4	1.3	2.1
425.3	136	1672	1763	1803	0.1	1.1	0.8
474.5	150	1673	1768	1807	0.1	0.4	0.3
552.6	178	1673	1773	1811	0	0.2	0.1
738.2	232	1673	1773	1811	0	0	0

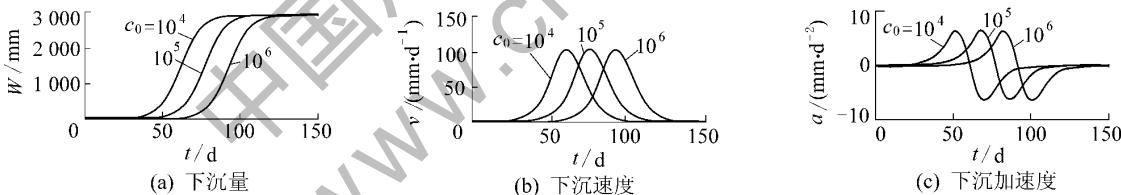


图 2 r_0 对地表下沉量、下沉速度和下沉加速度的影响

系数 r_0 对下沉曲线、下沉速度曲线和下沉加速度曲线的影响明显。 r_0 值越小, 下沉曲线越平缓, 下沉速度和下沉加速度变化较小。反之 r_0 值越大, 下沉曲线越陡, 下沉速度和下沉加速度的变化较大。

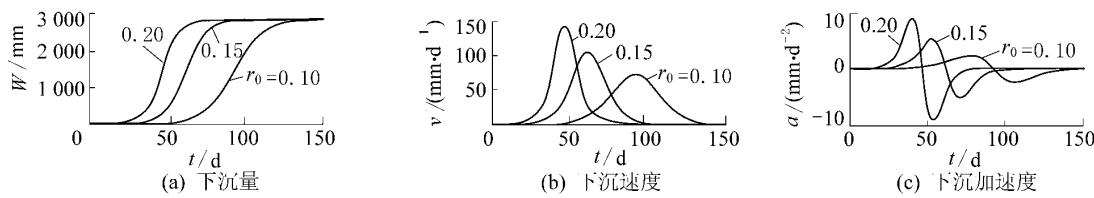


图 2 r_0 对地表下沉量、下沉速度和下沉加速度的影响

2 Logistic 函数模型的改进

2.1 改进原因分析

常用 Logistic 函数模型表示的时间函数有以下

4 点不足之处。①由式(3)可以看出: 若 $1 + c_0$ 不是远大于 W_{\max} , 当 $t \rightarrow 0$ 时, 地表下沉 $W(0) \neq 0$, 这与实际情况不符。②Logistic 函数模型是一个连续的时间函数模型(图 1a), 不能反映地表初次下沉时的跳

跃过程。③从 Logistic 函数模型的函数图形(图 1a)可以看出:从地表开始下沉到达到最大下沉速度的这段时间与达到最大下沉速度后到地表下沉稳定时的这段时间是相等的,这与实测资料不符。④从推导的 Logistic 地表下沉速度函数模型(图 1a)可以看出:地表从开始下沉到达到最大下沉速度与达到最大下沉速度后到地表下沉速度趋于零的变化速率是一致的,这与实际的浅埋煤层地表下沉是有差别的。

2.2 改进后 Logistic 函数模型

令 $W_1(t)$ 为地表开始下沉到达到最大下沉速度对应时间 t_1 的地表下沉函数, $W_2(t)$ 为地表下沉达到最大下沉速度时地表沉降稳定时间 t_2 的地表下沉函数。则:

$$\begin{cases} W_1(t) = W_{\max} / (1 + c_1 e^{-r_1 t_1}) \\ W_2(t) = W_{\max} / (1 + c_2 e^{-r_2 t_2}) \end{cases} \quad (6)$$

式中: $W_1(t)$ 、 $W_2(t)$ 分别为地表某点不同下沉时间段内 t_1 或 t_2 时刻的下沉值, mm; c_1 、 c_2 、 r_1 、 r_2 均为待求的下沉影响系数, 其意义同 c_0 、 r_0 。

由上述分析可知: 下沉影响系数 c_0 对函数曲线形态影响很小, 且大于 0; 对于同一个开采工作面而言, 可以近似认为 $c_1 = c_2 > 0$; 又因后期的下沉速度较为缓慢, 根据上述对下沉影响系数 r_0 的分析, 不难得知 $r_1 > r_2 > 0$ 。

令地表某点达到最大下沉速度时的下沉值为该点最终下沉值的 $1/\lambda$, 且 $\lambda > 1$, λ 为下沉比例系数。为了使地表该点的下沉曲线在时间上连续, 可进行以下转换:

由 $W_{\max}/\lambda = W_{\max}/(1 + c_1 e^{-r_1 t_1})$, 可得
 $t_1 = \ln[c_1/(\lambda - 1)]/r_1$ (7)

由 $W_{\max}/\lambda = W_{\max}/(1 + c_2 e^{-r_2 t_2})$, 可得
 $t_2 = \ln[c_2/(\lambda - 1)]/r_2$ (8)

令 $c_1 = c_2 = C$, 联立式(7)和式(8)可得:

$$\begin{aligned} t_2 - t_1 &= \ln[c_2/(\lambda - 1)]/r_2 - \ln[c_1/(\lambda - 1)]/r_1 \\ r_1 &= (r_1 - r_2) \ln[C/(\lambda - 1)]/(r_1 r_2) \end{aligned} \quad (9)$$

由式(6)一式(9)可得

$$\begin{aligned} W_1(t) &= W_{\max} / (1 + c_1 e^{-r_1 t}) \\ W_2(t) &= W_{\max} / [1 + c_2 e^{-r_2(t+t_2-t_1)}] = \\ W_{\max} &/ \{1 + c_2 e^{-r_2[t+(r_1-r_2)/(r_1 r_2)] \ln[C/(\lambda-1)]}\} \end{aligned}$$

令 T_1 为工作面开始回采到地表某点出现初次下沉跳跃所用时间; T 为工作面开始回采到地表该

点下沉稳定的总时间。则浅埋煤层开采引起地表某点下沉的函数可以用分段函数来表示。

$$W(t) = \begin{cases} 0 & (0 \leq t < T_1) \\ \frac{W_{\max}}{1 + C e^{-r_1 t}} & (T_1 \leq t \leq \frac{1}{r_1} \ln \frac{C}{\lambda - 1}) \\ W_{\max} / \{1 + C e^{-r_2[t+(r_1-r_2)/(r_1 r_2)] \ln[C/(\lambda-1)]}\} & (\frac{1}{r_1} \ln \frac{C}{\lambda - 1} < t \leq T) \end{cases}$$

2.3 改进 Logistic 函数模型中参数的确定

1) T_1 的确定。 T_1 的影响因素很多, 比如煤层开采环境、回采速度、顶板条件、上覆岩层性质、松散层厚度等。因此, 要想从理论上进行分析是比较困难的, 在应用中一般根据前期的观测资料和经验对比来分析、确定。

2) T 的确定。实践经验表明, 在充分采动的情况下, 浅埋煤层的地表移动总时间 T 一般跟开采速度有直接关系, 在应用中也可以根据观测资料直接得到。

3) 参数 W_{\max} 的确定。 W_{\max} 表示地表某点下沉稳定时的最终下沉值, 可根据实测资料或类似开采矿区已知的地表移动参数进行对比确定。

4) 下沉比例系数 λ 的确定。根据实测地表移动资料或相似矿区的已有资料对比分析, 可以方便得出地表达到最大下沉速度时的下沉值, 从而确定出 λ 值。

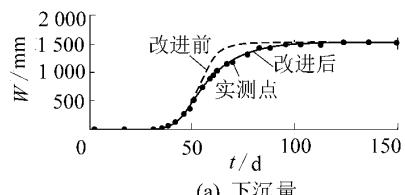
5) 下沉影响系数 C 、 r_1 、 r_2 的确定。根据实测地表下沉资料, 采用最小二乘法^[8] 进行曲线拟合求取。通过对数据组进行最小二乘法曲线拟合, 可以确定出参数 C 和 r_1 , 在后一组数据的拟合中可以将 C 看成是已知值, 只需要通过拟合求出 r_2 值即可。

3 改进 Logistic 函数模型的实际应用

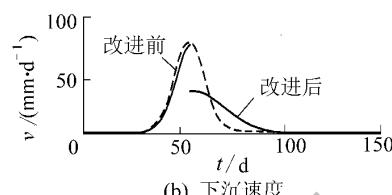
以陕北三道沟煤矿首采工作面开采实测地表移动资料为依据, 检验改进 Logistic 函数模型的适用性。三道沟煤矿 35101 首采工作面长为 2 520 m, 宽为 280 m, 煤层采高为 2.0 m, 开采 5⁻² 上煤层。工作面上覆基岩较薄, 但松散层(黄土、黏土、粉砂、细砂)厚度较大。开采煤层埋藏深度在 110~160 m, 平均埋深 135 m, 煤层倾角 1°~4°, 属于浅埋深、薄基岩、厚松散层开采。工作面煤层开采方法为综采长壁采煤法, 顶板管理采用全部垮落法。

应用第 2.3 节所述方法分别对改进 Logistic 函数模型和传统 Logistic 函数模型进行曲线拟合求参, 拟合过程采用 MATLAB 编程实现。根据表 1 中 Z_7 点的观测数据, 经拟合计算得出的参数如下:

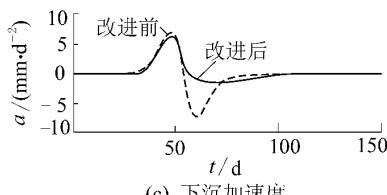
传统的 Logistic 函数模型: $W_{\max} = 1673 \text{ mm}$, $c_0 = 68792.3679$, $r_0 = 0.2078$; 改进的 Logistic 函数模型: $W_{\max} = 1673 \text{ mm}$, $C = 52479.6924$, $r_{01} = 0.1993$, $r_{02} = 0.0946$ 。根据表 1 可得出: $T_1 = 31 \text{ d}$, $T = 150 \text{ d}$, $\lambda = 2.158$ 。根据以上求得的参数绘出传统 Logis-



(a) 下沉量



(b) 下沉速度



(c) 下沉加速度

图 3 改进前后 Logistic 函数模型对 Z_7 点的下沉量、下沉速度和下沉加速度的预计

表 2 为改进 Logistic 函数模型和传统 Logistic 函数模型预计精度的对比分析。

表 2 改进和传统 Logistic 函数模型预计精度对比

观测时 Z_7 点下 间/d	预计值/mm		预计值残差/mm		预计相对误差/%	
	传统	改进	传统	改进	传统	改进
2	0	0	0	0	—	—
17	0	0.8	0	0.8	0	—
31	0	15.1	0	15.1	0	—
35	33	34.3	33.4	1.3	0.4	4.0
38	51	62.9	59.8	11.9	8.8	23.3
42	126	137.7	127.2	11.7	1.2	9.3
46	257	285.7	258.3	28.7	1.3	11.2
49	386	464.3	417.0	78.3	31.0	20.3
51	513	615.6	553.7	102.6	40.7	20.0
53	775	784.1	709.8	9.1	65.2	1.2
55	832	957.0	822.8	125.0	9.2	15.0
59	981	1261.8	979.6	280.8	1.4	28.6
60	1 016	1322.81	1017.7	306.8	1.7	30.2
62	1 084	1424.21	1091.4	340.2	7.4	31.4
67	1 264	1575.61	1255.9	311.6	8.1	24.7
70	1 334	1619.31	1338.4	285.3	4.4	21.4
77	1 485	1660.21	1481.9	175.2	3.1	11.8
83	1 554	1669.31	1559.0	115.3	5.0	7.4
88	1 595	1671.71	1600.1	76.7	5.1	4.8
95	1 628	1672.71	1634.6	44.7	6.6	2.7
103	1 657	1672.91	1654.8	15.9	2.2	1.0
113	1 667	1673.01	1665.9	6.0	1.1	0.4
124	1 671	1673.01	1670.5	2.0	0.5	0.1
136	1 672	1673.01	1672.2	1.0	0.2	0.1
150	1 673	1673.01	1672.8	0	0.2	0
204	1 673	1673.01	1673.0	0	0	0
232	1 673	1673.01	1673.0	0	0	0

tic 函数模型和改进后的 Logistic 函数模型的预计下沉曲线、下沉速度曲线和下沉加速度曲线, 如图 3 所示。从图 3a 可以看出, 改进后 Logistic 函数模型下沉预计值与实测值吻合较好, 而传统 Logistic 函数模型的预计值与实测值则偏离较大。从图 3b、图 3c 可以看出改进后 Logistic 函数模型预计的下沉速度曲线和下沉加速度曲线均出现突变的情况, 这与实测数据是基本吻合的。由此也说明改进 Logistic 函数模型能更好地预计浅埋煤层的地表沉陷。

从表 2 可看出, 改进 Logistic 函数模型预计下沉值的最大残差为 65.2 mm, 大部分预计值残差在 50.0 mm 内; 最大相对误差 17.3%, 大部分预计值的相对误差在 10.0% 内。而传统 Logistic 函数模型预计下沉值的最大残差达 340.2 mm, 大部分预计值残差在 70.0 mm 以上; 最大相对误差达到 31.4%, 大部分预计值的相对误差在 10.0% 以上。由此可说明, 改进 Logistic 函数模型下沉预计精度比传统的 Logistic 函数模型的预计精度要高。

4 结语

对于薄基岩厚松散层的浅埋煤层开采而言, 地表沉降具有不连续性的特点, 即在地表下沉过程中会出现跳跃。根据观测资料, 结合浅埋煤层开采地表下沉的实测规律, 指出了传统 Logistic 函数模型预计地表下沉时存在的缺陷。通过理论分析和公式推导, 提出了对 Logistic 函数模型的改进方法, 并给出了改进后的 Logistic 函数模型表达式及其参数的确定方法。以实际工程项目为背景, 将改进后的 Logistic 函数模型应用于工程实践, 验证结果表明, 改进后的 Logistic 函数模型预计精度更高, 且能更好地预计浅埋煤层开采引起地表下沉的全过程。

参考文献:

- [1] 代涛, 徐学军, 黄显峰. 离散 Logistic 人口增长预测模型研究[J]. 三峡大学学报, 2010, 32(5): 102-105.

(下转第 128 页)

垦措施进行了深入研究^[13],并总结归纳了一系列方法,如挖深垫浅、疏排法、直接利用等。根据以往经验,高潜水位矿区采煤塌陷地大多采用在积水边缘地段进行挖深垫浅的方式进行复垦,并采用煤矸石、粉煤灰、建筑垃圾等材料回填。由于平原矿区固体充填物缺乏,复垦工作的前提为:①基于现在成熟的技术,以挖深垫浅为主;②尽量不从研究区外输入充填物(无源复垦),保证研究区内部土方平衡;③所有阶段的复垦都需考虑后续下沉对土地的影响,都预留了必要的标高,以保证复垦工程能承受后续下沉的影响。

基于以上原则与条件,考虑在无外来填充物的条件下进行复垦情景模拟,分析各开采阶段边采边复的效率,模拟结果见表1。由表1可知,阶段一、阶段二、阶段三可将研究区的88.89%、69.5%、58.89%复垦为耕地。随着积水面积的增大,表土资源随之减少,复垦耕地率也不断降低。对于研究区而言,应当尽早开展超前复垦工作。

表1 不同开采阶段积水比例及复垦耕地率

开采阶段	复垦耕地区比例/%	复垦鱼塘区比例/%	积水比例/%
一	88.89	11.11	21.22
二	69.51	30.49	39.47
三	58.89	41.11	44.40

4 结语

选取安徽皖北恒源煤矿某采区为研究实例,在分析采前地面地形特征的基础上,结合矿山开采计划,对地表动态沉陷过程进行了模拟,分析了受开采影响的地面土地变化过程。在沉陷情景模拟的基础上,将地表动态沉陷信息与地面原始地形信息结合,分析了采煤影响下的地表动态下沉与土地利用变化过程,这对确定复垦时机,推动高潜水位矿区采煤沉陷地的边采边复工作具有一定意义。通过比较各开采阶段无源复垦条件下的复垦耕地率,定量揭示了各阶段沉陷积水面积与复垦耕地面积之间的关系,在无源复垦条件下可复垦耕地比例基本与积水面积成反比例关系。

参考文献:

- [1] 肖武,胡振琪,许献磊,等. 矿区土地复垦成本确定方法[J]. 煤炭学报, 2010, 35(5): 175-179.
- [2] HU Zhen - qi. The Technique of Reclaiming Subsidence Areas by Use of a Hydraulic Dredge Pump in Chinese Coal Mines [J]. International Journal of Mining Reclamation and Environment, 1994, 8(4): 137-140.
- [3] 胡振琪. 试论开采沉陷地土地复垦规划设计[J]. 矿山测量, 1994, (2): 32-34.
- [4] 陈秋叶,胡振琪,刘昌华,等. DEM 在矿区土地复垦中的应用研究[J]. 金属矿山, 2003(1): 69-73.
- [5] 王京卫,栾红,汝续伟. 顾及矿区地貌特征的开采沉陷三维可视化实现方法[J]. 山东科技大学学报, 2007, 26(1): 8-11.
- [6] 易四海,戴华阳,廉旭刚,等. 顾及地表沉陷的矿区地貌可视化实现方法[J]. 湖南科技大学学报, 2008, 23(4): 81-84.
- [7] XIAO Wu, HU Zhen - qi, GONG Bi - kai, et al. Visualisation of the Characteristics of Mining Subsidence with the Consideration of Topography: a Case Study in China [J]. International Journal of Mining and Mineral Engineering, 2011, 3(1): 16-25.
- [8] 肖武,王婉洁,胡家良,等. 基于 GIS 的矿区土地损害评价及复垦成本确定[J]. 金属矿山, 2011(4): 149-152.
- [9] 刘立民,刘汉龙,连传杰,等. 基于 GIS 的矿山塌陷损害评价系统及可视化方法[J]. 防灾减灾工程学报, 2003, 23(1): 69-73.
- [10] 柴华彬,邹友峰,刘景艳. DTM 在开采沉陷可视化预计中的应用[J]. 辽宁工程技术大学报: 自然科学版, 2004, 23(2): 171-174.
- [11] 赵亚红,郝延锦,张丽华. 基于 Matlab 的开采沉陷预计及可视化研究[J]. 煤矿开采, 2012, 17(1): 93-95.
- [12] 卢志刚,刘兴权,唐义宏. 基于 GIS 和 FLAC^{3D} 矿山地表沉陷可视化[J]. 现代矿业, 2011(11): 54-57.
- [13] 胡振琪. 中国土地复垦与生态重建 20 年[J]. 科技导报, 2009, 27(17): 25-29.

(上接第 117 页)

- [2] 马壮林,邵春福,李霞. 基于 Logistic 模型的公路隧道交通事故严重程度的影响因素[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2010, 40(2): 424-426.
- [3] 田秋丽. Logistic 模型在中小企业信用风险度量中的应用分析[J]. 中国商贸, 2010, 64(2): 64-65.
- [4] 安建伟,何永前. 混沌动力学 Logistic 模型在工程加密中的应用[J]. 舰船电子工程, 2010, 30(10): 116-119.
- [5] 徐洪钟,李雪红. 基于 Logistic 增长模型的地表下沉时间函数[J]. 岩土力学, 2005, 26(S1): 151-153.
- [6] 刘玉成,曹树刚,刘延保. 数值分析可描述地表沉陷动态过程的时间函数模型探讨[J]. 岩土力学, 2010, 31(3): 925-931.
- [7] 张文志,邹友峰,任筱芳. Logistic 模型在开采沉陷单点预测中的研究[J]. 采矿与安全工程学报, 2009, 26(4): 486-489.
- [8] 邢丽君,张杰. 数值分析[M]. 北京: 中国电力出版社, 2009.
- [9] 张长胜,欧阳丹彤,岳娜,等. 一种基于遗传算法和 LM 算法的混合学习算法[J]. 吉林大学学报: 理学版, 2008, 46(4): 675-680.
- [10] John J. McKeown, Fabio Stella. Some Numerical Aspects of the Training Problem for Feed-Forward Neural Nets [J]. Neural Networks, 1997, 10(9): 1455-1463.