



## 基于改进统计滤波的多尺度融合点云去噪方法

代贵生 孙天山

### 引用本文：

代贵生, 孙天山. 基于改进统计滤波的多尺度融合点云去噪方法[J]. 煤炭科学技术, 2025, 53(6): 480–492.  
DAI Guisheng, SUN Tianshan. Multi scale fusion point cloud denoising method based on improved statistical filtering[J]. Coal Science and Technology, 2025, 53(6): 480–492.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.12438/cst.2025-0118>

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

##### 基于三维激光扫描的矿区地表倾斜值提取方法研究

Study on extraction method of surface deformation tilt based on 3D laser scanning  
煤炭科学技术. 2020, 48(11): 199–205 <http://www.mtkxjs.com.cn/article/id/3cf47728-d687-4c2f-b53f-08cf0066f6f5>

##### 基于图像与点云融合的巷道锚护孔位识别定位方法

Roadway anchor hole recognition and positioning method based on image and point cloud fusion  
煤炭科学技术. 2024, 52(5): 249–261 <https://doi.org/10.12438/cst.2023-1050>

##### 基于激光点云的割煤顶板线提取技术研究

Research on extraction technology of coal wall and roof boundary based on laser point cloud  
煤炭科学技术. 2022, 50(6): 286–291 <http://www.mtkxjs.com.cn/article/id/157ab5ae-fdd5-4629-9a28-c944e3c03b04>

##### 基于激光雷达点云的煤炭快速装车质量检测方法

Rapid coal loading quality detection method based on lidar point cloud  
煤炭科学技术. 2024, 52(10): 199–207 <https://doi.org/10.12438/cst.2023-1552>

##### 煤矿井下点云特征提取和配准算法改进与激光SLAM研究

Improvement of point cloud feature extraction and alignment algorithms and lidar slam in coal mine underground  
煤炭科学技术. 2025, 53(5): 301–312 <https://doi.org/10.12438/cst.2024-0296>

##### 激光雷达和IMU融合的煤矿掘进巷道三维重建方法

A three-dimensional reconstruction method of coal mine tunnel fused with LiDAR and IMU  
煤炭科学技术. 2025, 53(2): 351–362 <https://doi.org/10.12438/cst.2024-1386>



关注微信公众号，获得更多资讯信息



移动扫码阅读

代贵生,孙天山.基于改进统计滤波的多尺度融合点云去噪方法[J].煤炭科学技术,2025,53(6):480-492.  
DAI Guisheng, SUN Tianshan. Multi scale fusion point cloud denoising method based on improved statistical filtering[J]. Coal Science and Technology, 2025, 53(6): 480-492.

## 基于改进统计滤波的多尺度融合点云去噪方法

代贵生<sup>1</sup>,孙天山<sup>2</sup>

(1. 中国石化长城能源化工有限公司,北京 100013; 2. 中国矿业大学 机电工程学院,江苏 徐州 221116)

**摘要:**随着矿山智能化的发展,三维激光扫描技术也逐步应用到煤矿巷道监测中。由于井下煤矿巷道复杂的环境因素影响,利用三维激光扫描技术所获取的点云数据通常包含一系列噪点,会对后续的点云数据处理产生不利影响。研究采用曲率与统计滤波联合优化的方法,提出了一种基于改进统计滤波的多尺度融合点云去噪方法。首先,利用KD-tree构建待去噪巷道原始点云拓扑结构,在原始点云中每个点处构建邻域,并计算邻域内每2个点之间的平均欧氏距离和每个点的曲率;然后,设置曲率阈值对点云进行区分,将原始点云中的曲率值与预设的大尺度噪声阈值及其他噪声阈值进行比较,筛选得到初始去噪点云;之后,由于初始去噪点云中还可能包含部分离散点,再利用半径滤波去除较少的离散点,完成点云去噪;最后,在瓦斯煤层爆炸实验室模拟巷道和防空洞拱形巷道试验环境中对所提出的点云去噪方法进行试验研究。结果表明:所提出的基于改进统计滤波的多尺度融合点云去噪方法,能够在尽可能保留巷道表面点的情况下有效去除噪声点,并且通过与传统点云去噪方法的试验对比发现,传统统计滤波去噪后的巷道点云出现不同程度的空洞,已无法维持巷道结构,而本研究所提出的曲率与统计滤波的联合优化方法依旧保留着完整的巷道结构,在实验室模拟巷道中特征点保留率能够提高4.624%,在拱形模拟巷道中特征点保留率能够提高10.27%,煤矿巷道现场试验证明,该方法弥补了传统点云去噪方法的不足,更能满足矿山巷道监测的需求。

**关键词:**三维激光扫描;煤矿巷道;点云去噪;多尺度融合;统计滤波

**中图分类号:**TD175      **文献标志码:**A      **文章编号:**0253-2336(2025)06-0480-13

### Multi scale fusion point cloud denoising method based on improved statistical filtering

DAI Guisheng<sup>1</sup>, SUN Tianshan<sup>2</sup>

(1. Sinopec Great Wall Energy and Chemical Co., Ltd., Beijing 100013, China; 2. School of Mechanical and Electrical Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China)

**Abstract:** With the development of intelligent mining, 3D laser scanning technology has gradually been applied to coal mine tunnel monitoring. However, due to the complex environmental factors in underground coal mines, the point cloud data obtained through 3D laser scanning usually contains a series of noise points, which adversely affect subsequent point cloud data processing. This study proposes a multi-scale fusion point cloud denoising method based on improved statistical filtering using a joint optimization approach of curvature and statistical filtering. First, a KD-tree is used to construct the topological structure of the raw point cloud in the tunnel to be denoised. For each point in the raw point cloud, a neighborhood is constructed, and the average Euclidean distance between every two points in the neighborhood as well as the curvature of each point are calculated. Then, a curvature threshold is set to differentiate the points, comparing the curvature values of the raw point cloud with large-scale noise thresholds and other noise thresholds to filter out an initial denoised point cloud. Afterward, since the initial denoised point cloud may still contain some scattered points, a radius filter is applied to remove the few-

收稿日期:2025-01-21      策划编辑:常 琦      责任编辑:宫在芹      DOI: 10.12438/cst.2025-0118

基金项目:国家自然科学基金面上资助项目(52174153)

作者简介:代贵生(1973—),男,甘肃泾川人,高级工程师,硕士。E-mail: 282090097@qq.com

er scattered points, completing the point cloud denoising process. Finally, the proposed point cloud denoising method is experimentally studied in a simulated tunnel environment of gas and coal dust explosion laboratory and arched tunnel. The results show that the proposed multi-scale fusion point cloud denoising method based on an improved statistical filter can effectively remove noise points while retaining the surface points of the tunnel as much as possible. Through experimental comparison with traditional point cloud denoising methods, it was found that the tunnel point cloud denoised by traditional statistical filtering had varying degrees of voids and could no longer maintain the tunnel structure. However, the joint optimization method of curvature and statistical filtering proposed in this paper still retains the complete tunnel structure. In laboratory simulated tunnel, the feature point retention rate can be increased by 4.624%, and in arch simulated tunnel, the feature point retention rate can be increased by 10.27%. Field tests in coal mine roadway have proven that this method can compensate for the shortcomings of traditional point cloud denoising methods and better meet the requirements of coal mine roadway monitoring.

**Key words:** 3D laser scanning; coal mine roadway; point cloud denoising; multi-scale fusion; statistical filtering

## 0 引言

三维激光扫描技术,又称为实景复制技术,通过主动式的精密激光传感器向目标物体发射激光信号,进行立体扫描,高速高效地获取物体表面的三维坐标数据,具有很广阔的发展前景。近年来,随着传感器技术的持续发展,三维点云技术被广泛应用于各个领域<sup>[1-2]</sup>,凭借点云数据结构简单直接、便于处理等优点,获得了研究人员的青睐<sup>[3]</sup>。作为一种高效的测绘技术,三维激光扫描测量技术也逐渐应用于矿山工程中,如工作面重构、矿山滑坡监测、移动定位与煤岩识别等方面<sup>[4-7]</sup>。KUKUTSCH 等<sup>[8]</sup>在捷克的 Lazy 煤矿上利用徕卡 C10 架站式扫描仪,对比得到相同位置处的巷道高度与宽度变化,验证了三维激光扫描技术测量巷道围岩变形的可能性;KAJZ-AR 等<sup>[9]</sup>在捷克 OKD 煤矿利用架站式扫描仪确定扫描巷道的变化特征,证实了激光扫描技术在巷道围岩变形监测的适用性;刘晓阳等<sup>[10]</sup>利用 FARO Laser Scanner Focus 3D 扫描仪对冀中能源孙庄矿某巷道顶板稳定性进行监测,并设计 Matching 模型获取顶板变形量,证明了此技术应用在巷道顶板稳定性监测的可行性;郭良林等<sup>[11]</sup>在王家塔煤矿使用 Riegl VZ-1000 三维激光扫描仪,获取并处理数据后提取出巷道顶底板变形量;余国锋等<sup>[12]</sup>利用三维激光扫描技术建立巷道三维模型云图,得到钢架沉降以及两帮变形的量值,并使用全站仪作对比试验,结果表明三维激光扫描技术所监测变形效果不亚于传统监测方式;戴文祥等<sup>[13]</sup>针对传统煤矿巷道形变监测方法存在数据采集不全面、数据形式不直观、精度差、不能实现对全巷道形变连续监测等问题,提出了一种基于三维激光扫描的煤矿巷道形变监测方法。

三维激光扫描仪按照扫描方式的不同可以分为静态架站式激光扫描和移动式激光扫描,由于静态

架站式激光扫描单次扫描的范围有限,点云呈现近密远疏的特点,无法一次性获取巷道监测区域数据,整体监测效率较低。因此在井下煤矿巷道这种狭长形的环境下,基于激光 SLAM 的移动式激光扫描技术,能够在无 GNSS 信号的环境下应用,实现地图构建以及自主定位,更适用于矿山地下空间场景。然而手持式激光 SLAM 设备作为一种移动式三维数据扫描设备在采集点云过程中可由于设备操作、扫描环境、设备自身等原因从而产生一系列数据噪声点,因此有必要针对点云数据噪声问题,研究适用于井下煤矿巷道的点云去噪方法。

对于剔除激光扫描产生的大量非必要噪声点,逐渐形成了在传统滤波算法基础上进行优化和基于深度学习的去噪方法。在优化传统点云处理方法的研究上,也有很多学者提出了去噪方法,ZHOU 等<sup>[14]</sup>针对 k-means 去噪与 k-d 树去噪方法速度慢的问题,提出了一种基于双阈值的非迭代点云算法,所提算法相较于传统算法速度更快,精度更高;焦亚男等<sup>[15]</sup>提出了一种基于尺度变化的点云并行去噪算法,该方法在实现较好的去噪效果的同时,避免了手动设置参数,并提高了算法运行速度;郭昌龙等<sup>[16]</sup>提出了一种结合改进半径滤波和局部平面拟合的点云去噪算法,根据噪声点与目标点云的欧氏距离,将噪声点划分为远噪声点和近噪声点,先后利用不同的去噪策略进行处理;武晴晴等<sup>[17]</sup>为提升三维激光扫描点云数据的有效性,降低点云数据中的噪声点干扰,设计小波变换技术的三维激光扫描点云数据分类和去噪系统;LIU 等<sup>[18]</sup>提出了一种恢复无噪声点云的特征保留框架,有效地保留了点云的几何特征。

此外,随着深度学习在计算机视觉和图像处理等领域的成功应用,基于深度学习的点云去噪方法也越来越受到人们的关注,MA 等<sup>[19]</sup>认为局部几何信息可能不是点云分析的关键,引入了一种纯残差

MLP 网络 PointMLP, 虽然没有集成复杂的局部特征提取器, 但性能仍然很有竞争力; CHEN 等<sup>[20]</sup>设计了一种新的特征感知递归点云去噪网络, 该网络能够有效去除噪声, 同时很好地保留各种几何特征; WANG 等<sup>[21]</sup>提出了 PointFilterNet, 该去噪网络由离群点识别器和去噪器 2 部分组成, 离群点识别器通过为离群点分配系数来减少离群点的干扰, 而去噪器根据人类视觉系统的感知过程, 逐步对点云进行去噪; REN 等<sup>[22]</sup>在对 Diffusion 点云处理模型研究的基础上, 提出了一种结合卷积层和变换模块的时变双流去噪模型; LIU 等<sup>[23]</sup>认识到点云去噪与法向滤波之间的关联, 提出了 PCDNF 网络用于实现基于法向滤波的联合点云去噪; 侯广哲等<sup>[24]</sup>针对无噪声点云采集困难且使用模拟噪声在合成数据集上训练泛化性能较低的问题, 提出一种仅需含噪声点云即可完成训练的自监督去噪方法。

随着点云处理技术的不断研究, 也有很多学者针对煤矿或类似地下场景采集到的点云数据, 提出了一系列点云去噪处理方法, 郑理科等<sup>[25]</sup>提出一种基于局部最优邻域法向量估算的巷道点云去噪方法, 去除巷道点云数据中的非巷道内壁点; 连忠文等<sup>[26]</sup>提出一种基于区域生长的非结构巷道点云去噪方法, 去除巷道内行人、移动设备和管网带来的噪声点; 任助理等<sup>[27]</sup>提出了一种三维点云 2 阶段点云去噪方法, 分析了巷道点云中不同噪声特点, 设计 2 阶段巷道去噪模型, 实现了对地下巷道场景

三维点云噪声的有效去除; 托雷等<sup>[28]</sup>在利用中轴线截取地铁隧道断面后, 通过圆形断面拟合进行噪声剔除; XU 等<sup>[29]</sup>利用隧道结构的对称性和圆形的性质, 用圆函数逼近截面点云, 有效滤除了大量干扰点并保持了隧道形状的重要细节, 但该方法不适用于矩形或拱形隧道场景; ZHU 等<sup>[30]</sup>提出了一种专为隧道点云定制的方法, 将椭圆柱模型拟合到数据中以滤除非隧道点。

三维激光扫描技术凭借其独特的优势在煤矿巷道得到了广泛应用, 然而在获取点云的过程中, 受扫描设备精度、扫描范围、环境因素、障碍遮挡等影响, 所采集的点云数据中不可避免地会产生许多噪声点, 这些点不仅增加了点云数量, 还影响点云的质量, 改变了原始模型中的几何特征, 同时对后续点云处理的精度与效率造成了很大影响, 因此点云去噪成为点云后处理中的关键一步。笔者对井下煤矿巷道点云去噪方法进行研究, 利用曲率和统计滤波联合优化的方法, 提出一种多尺度融合点云去噪方法, 以实现对巷道噪声点云的有效剔除, 从而减少扰动数据量、提高数据处理效率, 并保留重要的地质结构和巷道特征信息。

## 1 多尺度融合点云去噪方法

利用激光 SLAM 采集巷道点云后, 通过分析巷道的环境特征, 可以将巷道点云噪声分为 3 种类型, 包括伪噪声点, 大尺度噪声点, 离散点(图 1)。

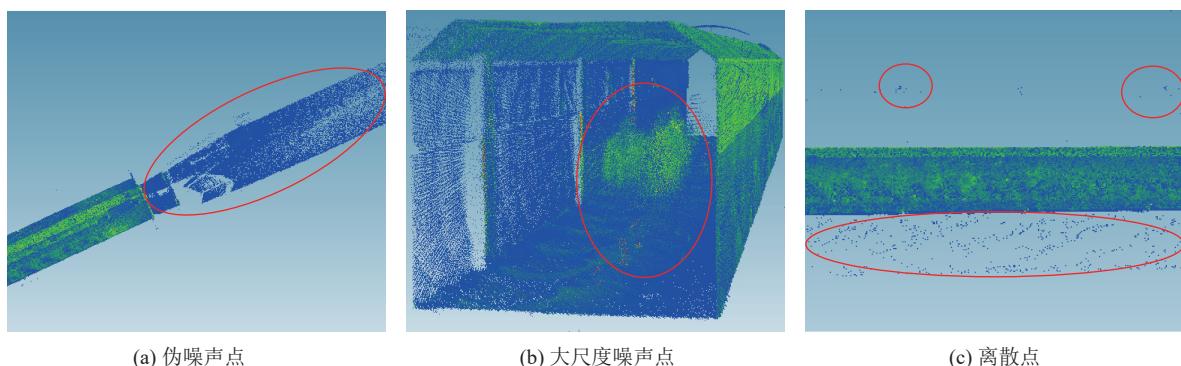


图 1 巷道噪声点分类  
Fig.1 Classification of noise points in tunnels

1) 伪噪声点: 伪噪声点也是巷道表面点云, 但由于其在计划采集范围之外, 所构建的巷道点云不具备完整性, 该类噪声具有点数多、范围大、特征与目标点云相似等特点。

2) 大尺度噪声点: 大尺度噪声点一般为影响后续点云操作的非目标点, 在巷道点云中具体表现为

行人、车辆产生的噪声点云, 该类噪声具有点数多、范围小、位置孤立等特点。

3) 离散点: 离散点一般为扫描设备所产生的系统误差噪声点, 离散地分布在目标点云周围, 该类点云具有点数少、密度小、空间离散程度大等特点。

对于不同类型的点云噪声通常可应用不同的点

云去噪方法进行处理,例如: 伪噪声点可以根据环境,利用手动剔除、直通滤波、条件滤波等方法去除,在本研究中即利用手动剔除方法去除伪噪声点;而大尺度噪声点通常可用高斯滤波的方式去除,同时基于密度聚类 DBSCAN 等算法也可以完成此项工作,但该类聚类方法普遍存在计算效率低等问题;针对离散点,半径滤波方法可有效去除。

本文提出的基于改进统计滤波的多尺度融合点云去噪方法具体流程如图 2 所示。具体步骤:

步骤一: 加载巷道原始点云数据,利用 KD-tree 构建巷道原始点云拓扑结构。

步骤二: 在原始点云中每个  $p_i$  点处以最近  $n$  个邻近点构建邻域,计算点集中所有点平均距离的均

值  $\mu_z$  和标准差  $\sigma_z$ 。

步骤三: 在构建 KD-tree 拓扑结构后,同时需要设置曲率阈值,并计算每个点的曲率  $c_i$ 。

步骤四: 将每个点的曲率  $c_i$  与曲率阈值进行比较,大于曲率阈值则可视为大尺度噪声点,小于阈值则为其他噪声点或者巷道表面点。

步骤五: 确定大尺度噪声点距离阈值  $d_{m1}$  与其他噪声点距离阈值  $d_{m2}$ ,根据步骤四对噪声类型区分后,比较每个点在邻域范围的平均欧式距离  $d_i$  与  $d_{m1}$  或  $d_{m2}$  的大小,若  $d_i > d_{m1}$  或  $d_i > d_{m2}$  则剔除该点,反之则保留该点,得到初次去噪点云。

步骤六: 得到初始去噪点云后,再利用半径滤波去除较少的离散点,最终完成点云去噪。

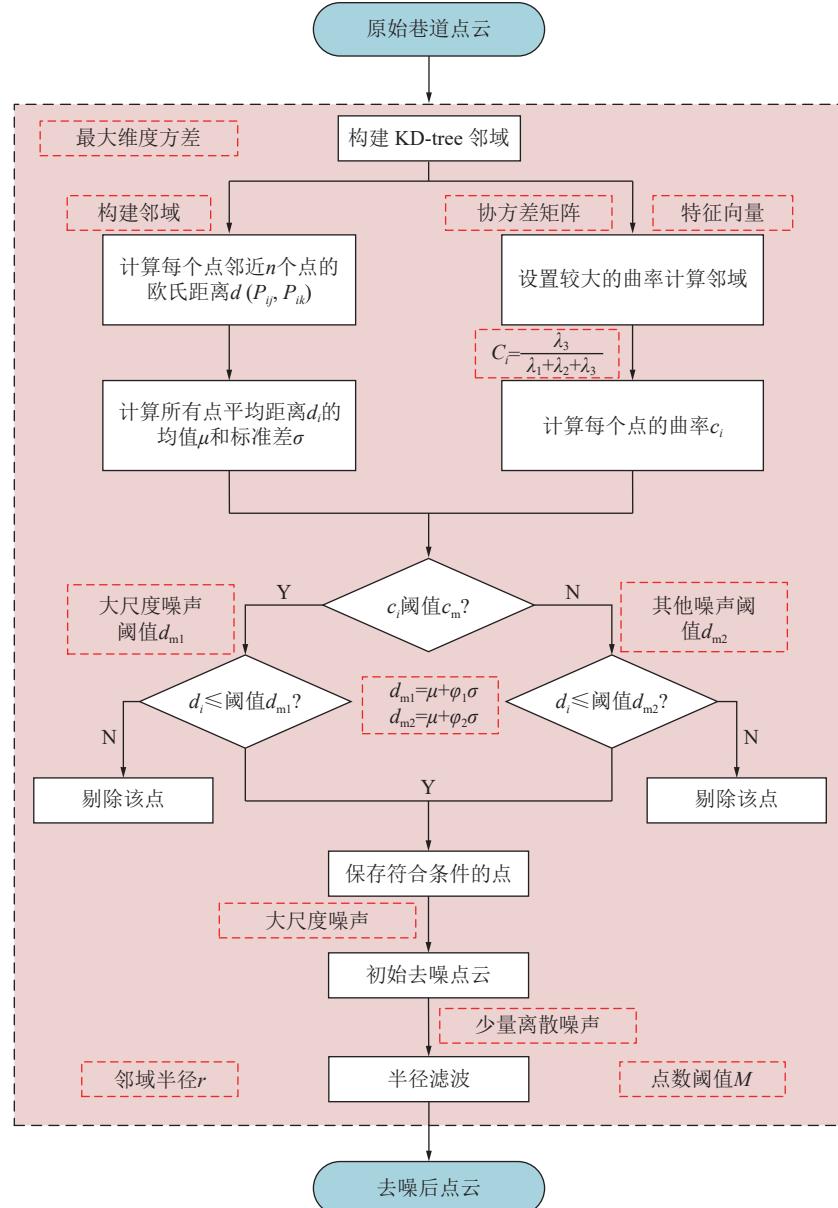


图 2 多尺度融合去噪方法流程

Fig.2 Process of multi-scale fusion denoising method

### 1.1 巷道点云数据 KD-tree 构建

KD-tree 是一种通过递归在多维空间中划分点云数据的方法,主要用于构建多维复杂数据的索引结构,它本质上是二叉树索引算法在高维空间中的延伸,专门用于  $K$  维空间的划分。借助 KD-tree,可以迅速而高效地构建点云数据的邻域空间索引结构,这种方法对点云密度的感受度较小,并且在计算机内存消耗方面表现较为优越。KD-tree 的构建原理如图 3 所示,假设二维平面有 6 个点,在某一方向上对所有点进行排序,并以中值点  $C$  以及过该点且垂直  $y$  轴的直线作为分割点与分割线将空间分为左右 2 个子空间,分别为点  $A, B, E$  在左边子空间和点  $F, D, G$  在右边子空间,重复以上步骤,直到对所有点完成划分,至此完成整个 KD-tree 的构建。

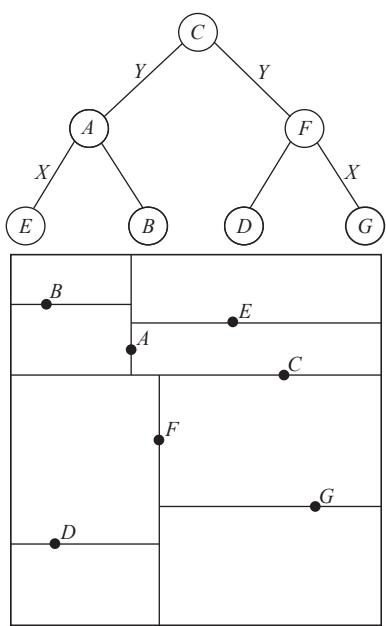


图 3 KD-tree 原理

Fig.3 KD tree principle

在三维空间中,点云数据可能在不同坐标轴上的分布情况不同,某些坐标轴上的数据可能更加分散,而某些坐标轴上的数据可能更加集中。因此,选择方差作为三维巷道点云 KD-tree 的划分依据,可以使得划分后的子集中的点云数据分布更加均匀,从而提高 KD-tree 的搜索效率。通过式(1),首先计算点云数据在  $x, y, z$  三个方向上的平均值,然后计算在  $x, y, z$  三个方向上的方差,再根据方差的大小,选取具有最大方差的维度作为点云的分割依据。

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \\ \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \\ \bar{z} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i \\ S_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \\ S_y^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \\ S_z^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z_i - \bar{z})^2 \end{array} \right. \quad (1)$$

式中:  $N$  为点云的数量;  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$  分别为点云在  $x, y, z$  三个方面的平均值;  $S_x^2, S_y^2, S_z^2$  分别为点云在  $x, y, z$  三个方向上的方差。

确定点云最大方差的维度后,在这一维度上对点云数据进行排序,找到序列的中值,将其对应的坐标点作为分割节点,构建通过该分割节点并垂直于相应的维度坐标轴的超平面,将点云数据划分为左右 2 个子空间。对左右 2 个子空间重复之前的步骤,直至点云数据中的所有点都被 KD-tree 划分,完成原始点云拓扑结构的构建。

### 1.2 基于曲率改进的统计滤波方法

传统统计滤波是一种基于统计分析的点云去噪方法,其核心思路是利用邻域内点之间的距离统计分布作为评价标准判别噪声点并予以去除。该方法大致流程为:在待去噪点云中每个  $p_i$  点处以最近  $n$  个邻近点构建邻域,并计算邻域内每 2 个点之间的距离,计算平均值后,在统计的角度,可将平均距离样本集合视作服从高斯分布,并得到均值  $\mu_z$  和标准差  $\sigma_z$  后,即可识别点云中的噪声点与非噪声点,然后进行去噪操作。

但在实际应用该方法时发现,当点云密度不均匀时,密度较小的非噪声点容易被误识别并被剔除,为解决该问题,分析所研究点云可以发现,所需保留点云为巷道表面点云,噪声点为行人、车辆点云,而噪声点在局部尺度下其形状较巷道表面较为多变。应用该原理,在统计滤波过程中增加基于曲率的判别条件,若某点曲率较大则一定程度上为噪声点云,若曲率较小则为巷道表面点云,如图 4 所示。

具体计算步骤如下:

1) 以每个点  $P_i$  附近最近的  $n$  个点构建邻域,并计算邻域范围内所有点的平均欧氏距离,对于点云中的每个点  $P_i$ ,首先计算邻域内所有点  $P_{i1}, P_{i2}, \dots$ ,

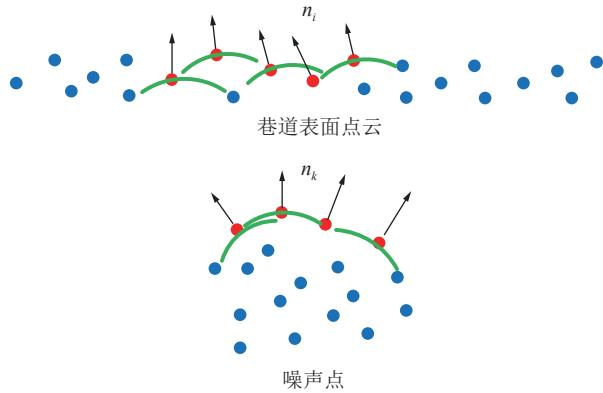


图 4 巷道表面点与噪声点邻域曲率示意

Fig.4 Schematic diagram of curvature in area of roadway surface points and noise points

$P_{in}$  中的每一对点之间的欧式距离, 对于任意 2 个邻近点  $P_{ij}$  和  $P_{ik}$  之间的欧式距离计算式为

$$d(p_{ij}, p_{ik}) = \sqrt{(x_{ij} - x_{ik})^2 + (y_{ij} - y_{ik})^2 + (z_{ij} - z_{ik})^2} \quad (2)$$

邻域内的点对数量为  $n(n-1)/2$ , 然后计算邻域内所有点对的平均欧式距离:

$$d_i = \frac{\sum_{1 \leq j < k \leq n} d(p_{ij}, p_{ik})}{[n(n-1)]/2} \quad (3)$$

2) 采用主成分分析法计算每个  $p_i$  点的法向量, 首先定义曲率估算的半径参数, 即曲率邻域参数  $k_q$ , 利用式(3)求取邻域质心  $\bar{p} = (\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i)$ , 再利用式(4)计算协方差矩阵, 分解协方差矩阵后得到 3 个特征向量  $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$ 。

$$\begin{cases} \bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \\ \bar{y}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \\ \bar{z}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i \end{cases} \quad (4)$$

$$\Sigma = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (p_i - \bar{p})(p_i - \bar{p})^T = \frac{1}{n} \begin{pmatrix} p_1 - \bar{p} & p_1 - \bar{p} \\ p_2 - \bar{p} & p_2 - \bar{p} \\ \dots & \dots \\ p_i - \bar{p} & p_i - \bar{p} \end{pmatrix} \quad (5)$$

3) 得到 3 个特征向量后, 通过式(5)计算该点在较大邻域内所估算的曲率  $c_i$ :

$$c_i = \frac{\lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} \quad (6)$$

4) 计算点集中所有点平均距离的均值  $\mu$  和标准差  $\sigma$ :

$$\begin{cases} \mu = \left( \sum_{i=1}^N d_i \right) / N \\ \sigma = \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^N (d_i - \mu)^2 \right] / N} \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $d_i$  为每个点邻域内所有点对的平均欧式距离,  $N$  为点云中点的总数。

5) 确定曲率阈值  $c_m$ , 并将每个点的曲率  $c_i$  与曲率阈值进行比较, 大于曲率阈值则可视为大尺度噪声点, 小于阈值则为其他噪声点或者巷道表面点。

6) 确定去噪阈值  $d_m$ , 包括大尺度噪声点距离阈值  $d_{m1}$  和其他噪声点距离阈值  $d_{m2}$ :

$$\begin{cases} d_{m1} = \mu + \varphi_1 \sigma \\ d_{m2} = \mu + \varphi_2 \sigma \end{cases} \quad (8)$$

其中,  $\varphi_1, \varphi_2$  为阈值参数, 可以控制  $d_m$  的大小。然后比较  $d_i$  与  $d_m$  的大小, 若  $d_i > d_m$  则剔除该点, 得到初始去噪点云。其中  $\varphi_1$  一般设置为 0~1, 而  $\varphi_2$  则设置为大于 1 的值。

### 1.3 半径滤波

在利用改进的统计滤波得到初始去噪点云后, 可以发现原来类似行人、车辆的大尺度噪声点变成了点数较少的离散噪声点, 因此融合半径滤波方法进一步对点云做去噪操作。

半径滤波原理为: 以点云中每个  $P_i$  点为球心, 建立半径为  $r$  的固定球邻域, 并统计在该球邻域中的点数  $T$ 。若实际点数超过预设点数阈值  $M$ , 则保留  $P_i$  点; 反之则为噪声, 予以去除。如图 5 所示, 当阈值设为 4 时,  $P_1, P_2, P_3$  三点中仅  $P_1$  点需要保留。

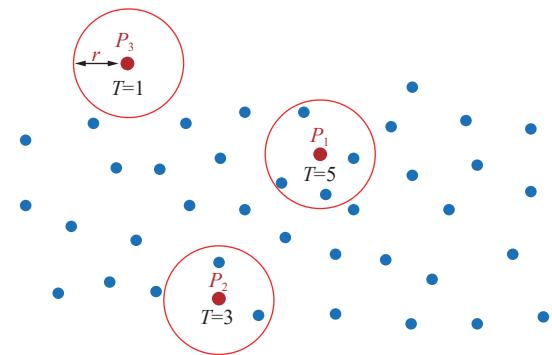


图 5 半径滤波示意

Fig.5 Schematic diagram of radius filtering

在煤矿实际应用中, 在不同类型的巷道内的阈值通常不同, 但可通过人工试验的方法对球体半径  $r$  和点数阈值  $M$  进行求取, 进而去除巷道点云中经改进统计滤波去噪后剩余的离散点噪声, 得到最终去噪点云。

## 2 点云去噪试验研究

### 2.1 试验环境

为验证本方法对点云去噪的效果,选择在实验室巷道中开展试验研究,如图6所示,实验室巷道修建于山体之中,巷道中无灯光照明条件,结构特点和环境等能够很大程度上模拟实际煤矿巷道环境。



(a) 试验场地



(b) 内部巷道环境

图 6 实验室巷道

Fig.6 Laboratory tunnel

使用移动式激光扫描设备对实验室巷道表面数据进行扫描,所使用的点云数据如图7所示,在采集过程中2位行人行走方向与扫描方向相反,在点云数据中产生一系列的大尺度噪声点,同时该点云数据中还包括部分离群噪声点,数据点数为1 264 153个。之后利用Visual Studio 2019平台结合方法流程完成代码编写,对试验数据进行分析。

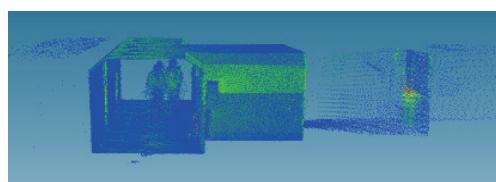


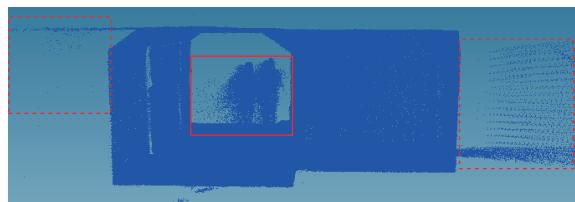
图 7 去噪试验点云数据

Fig.7 Denoising experimental point cloud data

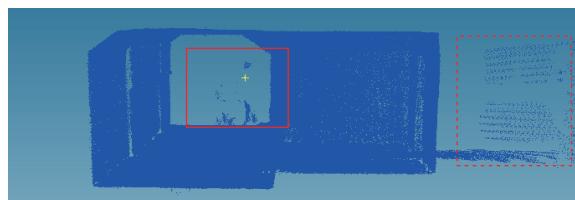
### 2.2 本方法试验分析

为对本文所提去噪方法进行客观评价,首先验

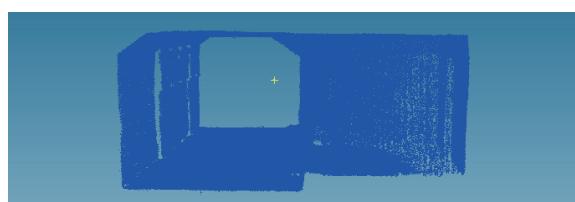
证其有效性,将本方法中的参数分别设置为:  $\varphi_1=0.4$ ,  $\varphi_2=4$ ,  $k_q=200$ ,  $c_m=0.06$ ,对实验室巷道点云进行去噪,试验结果如图8所示。



(a) 原始点云



(b) 多尺度融合去噪



(c) 最终去噪效果

注:红色实线为大尺度噪声;红色虚线为离散噪声。

图 8 本方法去噪效果

Fig.8 Denoising effect of this method

从试验结果可以看出,利用所提出的改进统计滤波对含噪声种类较多的原始点云数据进行去噪后,能够对巷道中的行人大尺度噪声点云进行很大程度的去除,同时对图中左侧小范围的离群噪声去除也有一定的作用。改进方法对图中右侧的噪声点去除效果较差,其原因是该部分噪声点结构与巷道表面点云类似,是激光扫描设备采集的不完整巷道表面点或在构图过程中因未统一至全局坐标系产生的噪声点,其计算所得曲率与巷道表面曲率类似,在去噪过程中被误判为巷道表面点强制保存下来。但对于这部分未能去除的离散噪声点,在经过本方法步骤中的半径滤波后,即能够有效去除,完成对整个巷道的去噪。因此在改进统计滤波之后增加半径滤波方法,进一步去除离散噪声点以及类似图中右侧的伪噪声点,在尽可能保留巷道表面点云的情况下去除噪声点,所得结果去噪效果良好,所提方法有效性得到很好验证。

采用曲率与统计滤波联合优化的方法进行点云去噪,统计滤波的方法原理及敏感参数已有相关分

析<sup>[31]</sup>。而本研究引入了曲率这个特征量对噪声类型进行区分再去噪, 因此算法中所需要设置的参数随之增多, 尤其是曲率邻域参数  $k_q$  的选择以及曲率阈值  $c_m$  的设定将对算法结果造成较大影响, 为分析这

2 个敏感参数对去噪处理的影响, 随之开展了本方法的参数对比试验研究。通过设置不同的曲率邻域参数  $k_q$  和曲率阈值  $c_m$ , 利用曲率对行人噪声点做提取操作, 试验结果如图 9 所示。

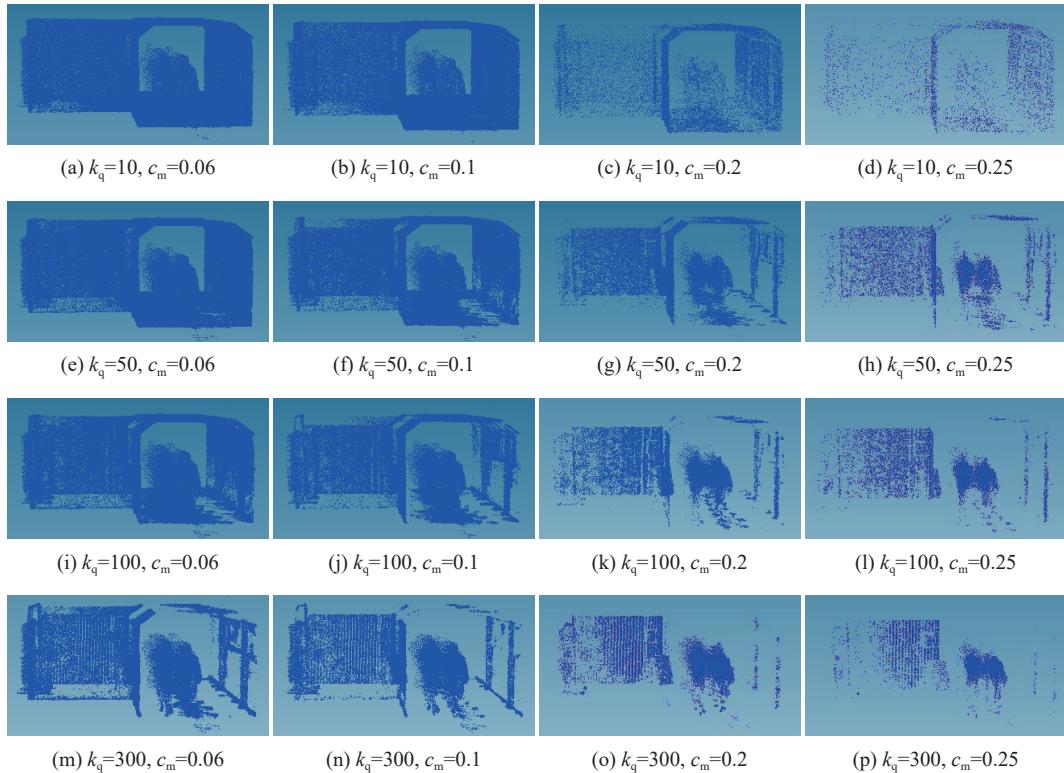


图 9 曲率邻域参数与阈值参数对去噪效果影响

Fig.9 Influence of curvature domain parameters and threshold parameters on denoising performance

可以发现, 对于曲率邻域参数  $k_q$ , 在相同的曲率阈值  $c_m$  下, 行人噪声的识别提取在一定范围内随着  $k_q$  的增加而效果越好。然而在  $k_q$  较小的时候, 不论曲率阈值  $c_m$  取为何值, 皆不能准确地分辨出行人噪声, 其原因在于计算曲率的邻域较小时, 由于巷道表面点云的局部不光滑性使其计算所得的曲率较大, 被误识别为噪声点, 因此无法较好地提取出行人噪声点。而对于曲率阈值  $c_m$ , 取值越大, 则行人噪声点云识别效果越差。通过该敏感参数试验可以看出, 曲率邻域参数和曲率阈值对噪声类型的区分影响较大, 为有效去除噪声点保留巷道表面点, 应设置较大的曲率邻域参数以及较小的曲率阈值。

### 2.3 本方法与其他方法试验对比

所提去噪方法主要是对统计滤波进行了改进, 因此还进行了传统统计滤波方法与本方法的对比试验, 试验结果如图 10 所示。

从试验结果可以看出, 对于传统统计滤波方法, 当距离倍数阈值  $\varphi$  越来越小, 对行人这类大尺度噪声点的去除效果越来越好, 但随之产生的问题是巷

道表面点被误除的也越多; 而本方法虽然对大尺度噪声点的去除效果与传统统计滤波方法并无很大差异, 但对巷道表面点被误除的问题有很大的改善, 特别是在距离倍数阈值较小的情况下, 该优势更为明显。

同时为定量分析所得结论, 对传统方法以及改进方法的去噪结果做出了统计(表 1)。传统方法所需的去噪时间约为 0.21 s, 本方法所需时间约为 25 s, 由于引入了多道阈值计算去噪, 因此本方法在去噪的速度上不占优势, 但从表 1 的统计结果中发现, 在  $\varphi=\varphi_i=1$  的情况下, 巷道内非噪声点保留率能够提高 1.345%, 并且在  $\varphi=\varphi_i=0.6$  时, 改进方法行人去噪率提升了 0.119%, 非噪声点保留率能够提高 4.623%, 多保留 58 454 个巷道表面点, 更好地保留了巷道结构特征。

此外为进一步研究本方法去噪的效果, 本文还统计了去噪精度和特征保留率分别进行去噪效果对比。去噪精度通过计算交互比(IoU)来衡量去噪前后点云的重叠程度, 从表 1 可以看出, 本方法去噪后的点云与原始点云之间的交互比明显较大并且更接

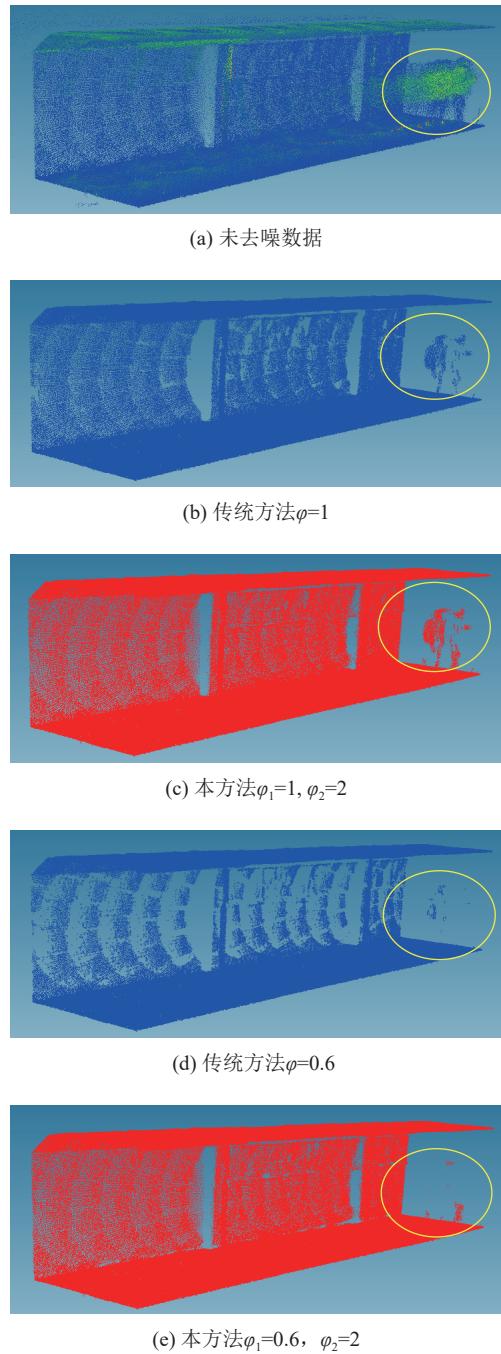


图 10 传统方法与本方法对比

Fig.10 Comparison between traditional method and this method

近 1.0, 说明本方法去噪后点云与原始点云重叠的区域更多, 能够更大程度保留特征信息。特征保留率可结合去噪后点云与原始点云的曲率误差来衡量, 利用最大曲率来归一化误差最终计算出特征保留率, 可以看出在实验室巷道环境下本方法去噪后点云的特征保留率在 85% 以上, 并且优于传统统计滤波, 再次验证了本方法在去除噪声的同时, 更大程度地保留了点云的原始结构和重要特征。因此本文所提出的方法, 在有效去除噪点的同时, 对巷道本身的特征

表 1 传统方法与本方法去噪结果统计

Table 1 Statistical analysis of denoising results between traditional method and this method

去噪前后	传统方法		改进方法	
	$\varphi=1$	$\varphi=0.6$	$\varphi_1=1$ , $\varphi_2=2$	$\varphi_1=0.6$ , $\varphi_2=2$
去噪前总点数	1 264 153	1 264 153	1 264 153	1 264 153
去噪后总点数	1 219 989	1 162 313	1 236 985	1 219 533
去噪前行人点数	25 907	25 907	25 907	25 907
去除行人点数	23 035	25 459	22 698	25 490
行人去噪率/%	88.914	98.271	87.613	98.390
去噪前其他点数	1 238 246	1 238 246	1 238 246	1 238 246
去噪后其他点数	1 217 117	1 161 865	1 233 776	1 219 116
其他点保留率/%	98.294	93.832	99.639	98.455
去噪精度	0.964 59	0.918 98	0.978 03	0.964 23
特征保留率/%	87.004	86.817	87.183	87.165

点保留有了很大的改善。

为进一步验证本方法去噪方法的泛化能力, 本文还在拱形巷道内开展了模拟去噪试验, 并与统计滤波去噪进行了效果对比, 试验结果如表 2 和图 11 所示。

表 2 拱形巷道去噪结果对比统计

Table 2 Comparison and statistics of denoising results for arched tunnel

去噪前后	传统方法		改进方法	
	$\varphi=1$	$\varphi=0.6$	$\varphi_1=1$ , $\varphi_2=2$	$\varphi_1=0.6$ , $\varphi_2=2$
去噪前总点数	2 035 766	2 035 766	2 035 766	2 035 766
去噪后总点数	1 848 536	1 763 765	1 976 178	1 969 499
去噪前行人噪点	33 351	33 351	33 351	33 351
去除行人噪点	33 186	33 351	33 057	33 266
行人去噪率/%	99.505	100.000	99.118	99.745
去噪前其他点数	2 002 415	2 002 415	2 002 415	2 002 415
去噪后其他点数	1 848 371	1 763 765	1 975 884	1 969 414
其他点保留率/%	92.307	88.082	98.675	98.352
去噪精度	0.907 09	0.865 48	0.969 76	0.966 48
特征保留率/%	93.413	93.546	93.853	93.932

从试验结果可以看出, 所提出的去噪方法能够有效去除巷道内行人噪声, 并较好地保留了拱



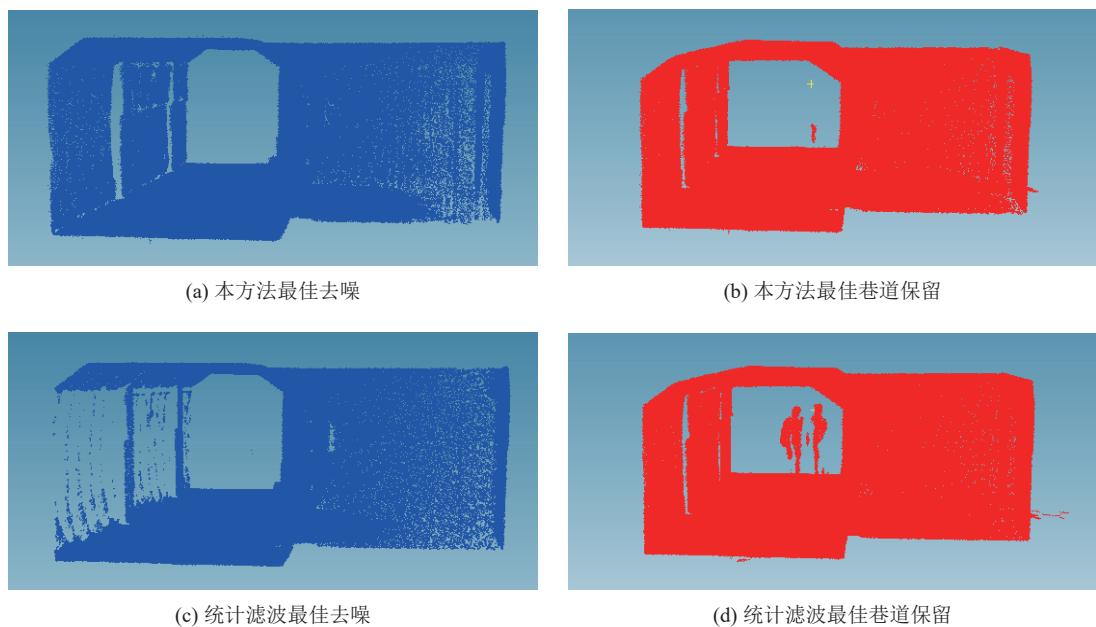
图 11 拱形巷道试验对比

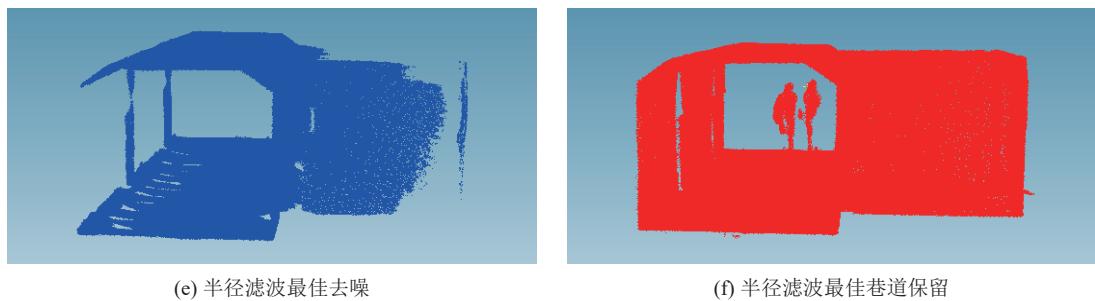
Fig.11 Comparison of arched tunnel experiments

形巷道的表面特征,而传统的统计滤波去噪方法虽然也能够去除内部噪声,在  $\varphi=0.6$  时甚至可以完全去除内部噪声,但是对巷道侧帮的表面特征也造成了严重破坏,巷道的左帮已经出现了不同程度的空洞现象。而从表 2 的统计结果可以看出,本方法的去噪精度和特征保留率明显要优于统计滤波,且非噪声特征点保留率最大可提高 10.27%,说明在去除噪声的同时,更好地保留了拱形巷道的特征。

最后对于本文所提组合去噪方法,为验证该方法的有效性,利用本方法与传统统计滤波方法和半径滤波方法做整体对比。对比试验分 2 部分,一个是在最佳去噪效果的前提下对比巷道表面点云的保留效果,另一个则是在最佳巷道表面点保留的前提下对比去除噪声效果,试验结果如图 12 和图 13 所示。

从实验室巷道以及防空洞拱形巷道的试验对比结果可以明显看出,在完全去除巷道内行人噪声时,





(e) 半径滤波最佳去噪

(f) 半径滤波最佳巷道保留

图 12 实验室巷道不同去噪方法效果对比

Fig.12 Comparison of effectiveness of different denoising methods in experimental tunnels



(a) 本方法最佳去噪

(b) 本方法最佳巷道保留

(c) 统计滤波最佳去噪

(d) 统计滤波最佳巷道保留

(e) 半径滤波最佳去噪

(f) 半径滤波最佳巷道保留

图 13 拱形巷道不同去噪方法效果对比

Fig.13 Comparison of effectiveness of different denoising methods in arched tunnel

统计滤波去噪后的巷道点云左帮出现较大面积的空洞,半径滤波去噪方法所造成的大面积空洞更为严重,2种去噪方法都已无法维持巷道结构,而本文的组合方法依旧保留着完整的巷道结构,虽有零散的小空洞产生,但对整体并无较大影响。此外在最佳保留巷道表面特征点时,所提方法对行人大尺度噪声点也进行了很大程度的去除,而统计滤波方法与半径滤波方法,在保留巷道特征的前提下,对行人噪声去除较差,还是能够看出人影的主要特征。

最后为验证本方法在实际应用中的去噪效果,利用在大柳塔煤矿巷道所采集的巷道点云数据进行去噪试验,试验巷道环境如图14所示。所采集的点云数据中包含行人噪声,数据点数为3 659 277个,去噪效果如图15所示。可以看出研究针对煤矿巷道所提出的点云去噪方法可以有效去除巷道内的行

人噪声,同时不会对巷道的侧帮、底板、管道等有效特征点云造成破坏,去噪精度达到了0.9856,特征保留率能达到97.72%。证明了所提出的去噪方法在去除巷道内行人噪声的同时,仍然能够较好地保留巷道结构特征,适用于地下巷道环境。



图 14 煤矿巷道环境

Fig.14 Coal mine roadway experimental environment

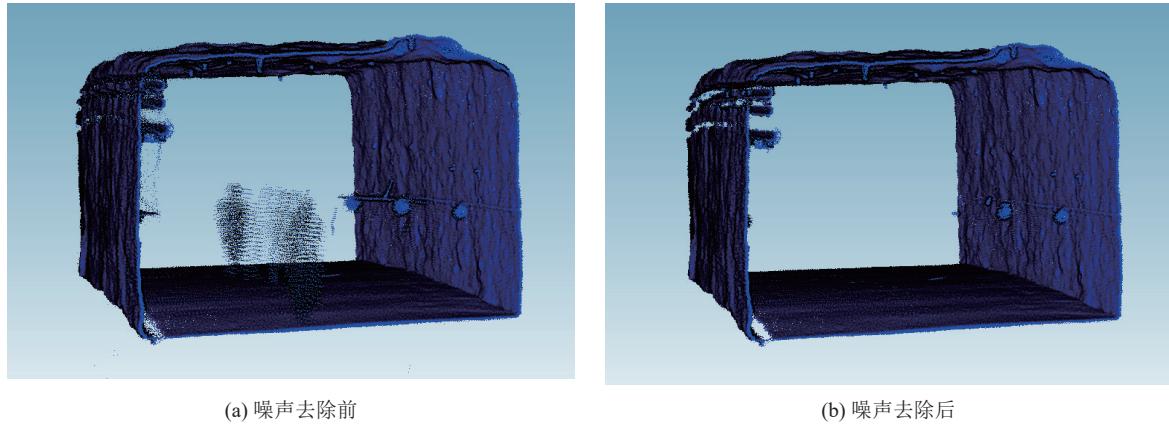


图 15 煤矿巷道去噪效果  
Fig.15 Denoising effect of coal mine roadway

### 3 结 论

1) 采用曲率与统计滤波联合优化的方法, 提出了一种基于改进统计滤波的多尺度融合点云去噪方法, 能够在有效保留巷道表面特征点云的同时去除噪声点。

2) 在不同场景下开展了试验研究, 验证了本方法能够更大程度保留巷道的结构特征, 非噪声特征点保留率能够分别提高 4.624% 和 10.27%, 去噪精度和特征保留率都有了一定程度的改善, 弥补了传统点云去噪方法的不足。

3) 以某地下矿山巷道为实例进行了实际应用, 有效去除了巷道内的噪声点云, 保留巷道内的特征点云, 为后续巷道监测的点云数据处理方法提供了技术参考。

#### 参考文献(References):

- [1] 吴一全, 陈慧娟, 张耀. 基于深度学习的三维点云处理方法研究进展[J]. *中国激光*, 2024, 51(5): 0509001.  
WU Yiquan, CHEN Huixian, ZHANG Yao. Review of 3D point cloud processing methods based on deep learning[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2024, 51(5): 0509001.
- [2] 杨林, 马宏伟, 王岩. 基于激光惯性融合的煤矿井下移动机器人 SLAM 算法[J]. *煤炭学报*, 2022, 47(9): 3523–3534.  
YANG Lin, MA Hongwei, WANG Yan. LiDAR-Inertial SLAM for mobile robot in underground coal mine[J]. *Journal of China Coal Society*, 2022, 47(9): 3523–3534.
- [3] 肖俊, 石光田. 三维点云去噪技术[J]. *中国科学院大学学报*, 2023, 40(5): 577–595.  
XIAO Jun, SHI Guangtian. Three-dimensional point cloud denoising[J]. *Journal of University of Chinese Academy of Sciences*, 2023, 40(5): 577–595.
- [4] 亓玉浩, 关士远. 基于激光 SLAM 的综采工作面实时三维建图方法[J]. *工矿自动化*, 2022, 48(11): 139–144.  
QI Yuhao, GUAN Shiyuan. Real-time 3D mapping method of fully mechanized working face based on laser SLAM[J]. *Journal of Mine Automation*, 2022, 48(11): 139–144.
- [5] 魏恋欢, 刘善军, 杨天鸿, 等. 联合 LiDAR DEM 与时序 SAR 数据的露天矿特大型滑坡监测[J]. *东北大学学报(自然科学版)*, 2021, 42(12): 1753–1760.  
WEI Lianhuan, LIU Shanjun, YANG Tianhong, et al. Collaborative monitoring of open pit mine induced large scale landslide with LiDAR DEM and time series SAR data[J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2021, 42(12): 1753–1760.
- [6] SI L, WANG Z B, LIU P, et al. A novel coal-rock recognition method for coal mining working face based on laser point cloud data[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2021, 70: 2514118.
- [7] 马宏伟, 苏浩, 薛旭升, 等. 煤矿井下移动机器人激光标靶定位方法研究[J]. *煤炭科学技术*, 2024, 52(11): 60–73.  
MA Hongwei, SU Hao, XUE Xusheng, et al. Research on laser target positioning method for underground mobile robot in coal mine[J]. *Coal Science and Technology*, 2024, 52(11): 60–73.
- [8] KUKUTSCH R, KAJZAR V, KONICEK P, et al. Possibility of convergence measurement of gates in coal mining using terrestrial 3D laser scanner[J]. *Journal of Sustainable Mining*, 2015, 14(1): 30–37.
- [9] KAJZAR V, KUKUTSCH R, WACLAWIK P, et al. Innovative approach to monitoring coal pillar deformation and roof movement using 3D laser technology[J]. *Procedia Engineering*, 2017, 191: 873–879.
- [10] 刘晓阳, 胡乔森, 李慧娟. 基于三维激光扫描技术的巷道顶板监测研究[J]. *中国煤炭*, 2017, 43(7): 81–84, 107.  
LIU Xiaoyang, HU Qiaosen, LI Huijuan. Research on coal mine roof monitoring based on three-dimensional laser scanning technology[J]. *China Coal*, 2017, 43(7): 81–84, 107.
- [11] 郭良林, 周大伟, 张德民, 等. 基于激光点云的巷道变形监测及支护研究[J]. *煤矿安全*, 2020, 51(8): 178–183.  
GUO Lianglin, ZHOU Dawei, ZHANG Demin, et al. Research on deformation monitoring and supporting of tunnel based on laser point cloud[J]. *Safety in Coal Mines*, 2020, 51(8): 178–183.
- [12] 余国锋, 郑群, 陈昊喆. 三维可视化激光扫描技术在深井软岩巷道中的应用[J]. *中国矿山工程*, 2022, 51(5): 37–43.

- YU Guofeng, ZHENG Qun, CHEN Haozhe. Application of 3D visual laser scanning technology in deep softrock roadway[J]. China Mine Engineering, 2022, 51(5): 37–43.
- [13] 戴文祥, 陈雷, 同鹏飞, 等. 基于三维激光扫描的煤矿巷道形变监测方法[J]. 工矿自动化, 2023, 49(10): 61–67, 95.
- DAI Wenxiang, CHEN Lei, YAN Pengfei, et al. A deformation monitoring method for coal mine roadway based on 3D laser scanning[J]. Journal of Mine Automation, 2023, 49(10): 61–67, 95.
- [14] ZHOU S T, LIU X L, WANG C Y, et al. Non-iterative denoising algorithm based on a dual threshold for a 3D point cloud[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2020, 126: 105921.
- [15] 焦亚男, 马杰, 钟斌斌. 一种基于尺度变化的点云并行去噪方法[J]. 武汉大学学报(工学版), 2021, 54(3): 277–282.
- JIAO Yanan, MA Jie, ZHONG Binbin. Point cloud parallel denoising algorithms based on scale change[J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2021, 54(3): 277–282.
- [16] 郭昌龙, 夏振平, 李超超, 等. 结合改进半径滤波和局部平面拟合的点云去噪算法[J]. 激光与光电子学进展, 2024, 61(12): 204–212.
- GUO Changlong, XIA Zhenping, LI Chaochao, et al. Point cloud denoising algorithm combined with improved radius filtering and local plane fitting[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2024, 61(12): 204–212.
- [17] 武晴晴, 靳洁. 小波变换技术的三维激光扫描点云数据分类和去噪系统[J]. 自动化与仪器仪表, 2023(6): 35–39.
- WU Qingqing, JIN Jie. Classification and denoising system for three-dimensional laser scanning point cloud data using wavelet transform technology[J]. Automation & Instrumentation, 2023(6): 35–39.
- [18] LIU Z, XIAO X W, ZHONG S S, et al. A feature-preserving framework for point cloud denoising[J]. Computer-Aided Design, 2020, 127: 102857.
- [19] MA X, OIN C, YOU H, et al. Rethinking network design and local geometry in point cloud: A simple residual mlp frame-work[J]. ArXiv, 2022(4): 1–6.
- [20] CHEN H H, WEI Z Y, LI X Z, et al. RePCD-net: Feature-aware recurrent point cloud denoising network[J]. International Journal of Computer Vision, 2022, 130(3): 615–629.
- [21] WANG X T, FAN X P, ZHAO D B. PointFilterNet: A filtering network for point cloud denoising[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2023, 33(3): 1276–1290.
- [22] REN Z Y, KIM M, LIU F, et al. TIGER: Time-varying denoising model for 3D point cloud generation with diffusion process[C]//2024 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Piscataway, NJ: IEEE, 2024: 9462–9471.
- [23] LIU Z, ZHAO Y W, ZHAN S J, et al. PCDNF: Revisiting learn-ing-based point cloud denoising via joint normal filtering[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2024, 30(8): 5419–5436.
- [24] 侯广哲, 秦贵和, 梁艳花. 基于下采样的自监督点云去噪方法[J]. 吉林大学学报(理学版), 2024, 62(1): 100–105.
- HOU Guangzhe, QIN Guihe, LIANG Yanhua. Self-supervised point cloud denoising method based on downsampling[J]. Journal of Jilin University (Science Edition), 2024, 62(1): 100–105.
- [25] 郑理科, 王健, 李志远, 等. 一种局部最优邻域法向量估算的巷道点云去噪方法[J]. 测绘科学, 2023, 48(4): 140–148, 171.
- ZHENG Like, WANG Jian, LI Zhiyuan, et al. A denoising method of roadway point cloud based on local optimal neighborhood normal vector estimation[J]. Science of Surveying and Mapping, 2023, 48(4): 140–148, 171.
- [26] 连忠文, 任助理, 郝英豪, 等. 基于区域生长的非结构巷道点云去噪方法[J]. 工矿自动化, 2024, 50(3): 48–55.
- LIAN Zhongwen, REN Zhuli, HAO Yinghao, et al. A point cloud denoising method for unstructured roadways based on regional growth[J]. Journal of Mine Automation, 2024, 50(3): 48–55.
- [27] 任助理, 袁瑞甫, 王李管, 等. 复杂地下巷道场景三维点云两阶段去噪方法[J/OL]. 煤炭科学技术, 2024: 1–15[2025–03–25]. <https://kns.cnki.net/KCMS/detail/detail.aspx?filename=MTKJ2024032000C&dbname=CJFD&dbcode=CJFQ>.
- REN Zhuli, YUAN Ruifu, WANG Liguan, et al. Two-stage de-noising method for 3D point cloud in complex underground roadway scene[J/OL]. Coal Science and Technology, 2024: 1–15 [2025–03–25]. <https://kns.cnki.net/KCMS/detail/detail.aspx?filename=MTKJ2024032000C&dbname=CJFD&dbcode=CJFQ>.
- [28] 托雷, 康志忠, 谢远成, 等. 利用三维点云数据的地铁隧道断面连续截取方法研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2013, 38(2): 171–175, 185.
- TOU Lei, KANG Zhizhong, XIE Yuancheng, et al. Continuously vertical section abstraction for deformation monitoring of subway tunnel based on terrestrial point clouds[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2013, 38(2): 171–175, 185.
- [29] XU X Y, YANG H, NEUMANN I. Time-efficient filtering method for three-dimensional point clouds data of tunnel structures[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2018, 10(5): 1687814018773159.
- [30] ZHUA N N, JIAA Y H, LUO L. Tunnel point cloud filtering method based on elliptic cylindrical model[J]. ISPRS - International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 2016, 41: 735–740.
- [31] 吴姝, 王涛, 崔英花, 等. 一种参数自适应的统计滤波降噪算法[J]. 应用激光, 2024, 44(9): 124–132.
- WU Shu, WANG Tao, CUI Yinghua, et al. A statistical filtering noise reduction algorithm based on parameter adaptive[J]. Applied Laser, 2024, 44(9): 124–132.