



基于扩展无向图的煤矿救援多机器人自主探索方法

周林娜 吴体昊 黄新利 杨春雨 张鑫

引用本文:

周林娜, 吴体昊, 黄新利, 等. 基于扩展无向图的煤矿救援多机器人自主探索方法[J]. 煤炭科学技术, 2025, 53(5): 338–348.
ZHOU Linna, WU Tihao, HUANG Xinli. Multi-Robot exploration for coal mine rescue based on the extension of undirected graph[J]. Coal Science and Technology, 2025, 53(5): 338–348.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.12438/cst.2024-0234>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于改进A*和势场法的轮式煤矿救援机器人路径规划

Path planning of wheeled coal mine rescue robot based on improved A* and potential field algorithm

煤炭科学技术. 2024, 52(8): 159–170 <https://doi.org/10.12438/cst.2023-1735>

基于改进A*与DWA算法的井下搬运机器人自主行走路径规划

Autonomous walking path planning of underground handling robot based on improved A* and DWA algorithm

煤炭科学技术. 2024, 52(11): 197–213 <https://doi.org/10.12438/cst.2024-0747>

基于双目视觉技术的煤矿救援机器人研究进展

Research progress of coal mine rescue robot based on binocular vision technology

煤炭科学技术. 2020, 48(7) <http://www.mtkxjs.com.cn/article/id/522fd399-f8f6-46c5-9205-ca601a25ab92>

煤矿水泵房巡检机器人路径规划与跟踪算法的研究

Research on path planning and tracking algorithm of inspection robot in coal mine water

煤炭科学技术. 2022, 50(5) <http://www.mtkxjs.com.cn/article/id/f7c33730-e477-4166-8fb1-c8f47410a519>

煤矿机器人智能安全充电系统设计

Design of intelligent safety charging system for coal mining robot

煤炭科学技术. 2020, 48(2) <http://www.mtkxjs.com.cn/article/id/46ff2825-4997-4d33-9cce-9a72781ae5e3>

煤矿巷道机器人管线视觉辅助定位与导航方法研究

Study on pipeline vision-aided positioning and navigation method for coal mine tunnel robot

煤炭科学技术. 2020, 48(7) <http://www.mtkxjs.com.cn/article/id/01ed6eb5-0a6a-4459-a2fa-e6cea335abaf>



关注微信公众号, 获得更多资讯信息



移动扫码阅读

周林娜, 吴体昊, 黄新利, 等. 基于扩展无向图的煤矿救援多机器人自主探索方法[J]. 煤炭科学技术, 2025, 53(5): 338–348.

ZHOU Linna, WU Tihao, HUANG Xinli, *et al.* Multi-Robot exploration for coal mine rescue based on the extension of undirected graph[J]. Coal Science and Technology, 2025, 53(5): 338–348.

基于扩展无向图的煤矿救援多机器人自主探索方法

周林娜^{1,2}, 吴体昊^{1,2}, 黄新利^{1,2}, 杨春雨^{1,2}, 张 鑫^{1,2}

(1. 中国矿业大学 信息与控制工程学院, 江苏 徐州 221006; 2. 酒泉卫星发射中心, 甘肃 酒泉 732750)

摘 要: 煤矿灾后环境退化, 救援任务复杂艰巨, 救援人员面临着众多威胁, 机器人参与救援可以有效提高救援效率 and 安全性, 但现有遥感救援机器人面临无法实时通信等问题。因此, 针对井下灾后复杂环境, 提出基于扩展无向图的多机器人自主探索方法, 研究多机器人自主探索系统协同搜救以进一步提高救援效率。首先, 根据煤矿井下环境特点和灾后救援需求, 针对自主探索计算效率和空间探索深度的问题, 结合局部和全局规划策略构建煤矿救援多机器人自主探索系统架构和算法流程; 其次, 在机器人系统进行局部救援探索时, 存在狭窄/开阔空间并存的特殊环境, 难以快速采样并生成局部探索路径导致救援任务过早结束, 因此融入旅行商问题, 各机器人在局部空间进行视点采样与探索增益计算构建局部图并确定待访问点, 利用 A*算法优化局部图最短探索路径; 然后, 当局部图探索增益不足时进行全局图探索, 各机器人共享全局图并以增量方式扩展, 减少多个机器人直接访问目标点造成的整体效率下降影响, 协同全局图搜索算法求解各车的全局图探索最短路径。最后, 使用 3 台不同型号的机器人进行实车试验, 并与基于边界点方法的常用多机器人自主探索算法对比, 结果表明本文多机器人自主探索方法在探索完整度上提高了 51%、探索时间节约了 58% 以上, 可以较好地实现复杂环境下多机器人自主探索任务。

关键词: 煤矿救援机器人; 多机器人系统; 自主探索; 车辆路径问题; A*算法

中图分类号: TD77; TP242

文献标志码: A

文章编号: 0253-2336(2025)05-0338-11

Multi-Robot exploration for coal mine rescue based on the extension of undirected graph

ZHOU Linna^{1,2}, WU Tihao^{1,2}, HUANG Xinli^{1,2}, YANG Chunyu^{1,2}, ZHANG Xin^{1,2}

(1. School of Information and Control Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221006, China;

2. Jiuquan Satellite Launch Center, Jiuquan 732750, China)

Abstract: After coal mine disasters, the environment deteriorates and rescue tasks are complex and arduous, resulting in numerous threats to the rescue personnel. Robot participation in rescue can effectively improve rescue efficiency and safety, but existing remote sensing rescue robots suffer from problems, e.g., inability to communicate in real-time. Therefore, in response to the complex post-disaster downhole environment, a multi-robot autonomous exploration method based on the extended undirected graph is proposed, aiming at studying the collaborative search and rescue of a multi-robot autonomous exploration system to further improve rescue efficiency. Firstly, based on the characteristics of the downhole environment and the needs of post-disaster rescue, the architecture and algorithm flow of the multi-robot autonomous exploration system for coal mine rescue are constructed by combining local and global planning strategies to address the issues of computational efficiency and spatial exploration depth in autonomous exploration. Secondly, when conducting local rescue exploration, there is a special environment where narrow and open spaces coexist, making the multi-robot system difficult to quickly sample and generate local exploration paths. This situation can result in premature termination of rescue tasks. Therefore, the traveling salesman prob-

收稿日期: 2024-02-26

策划编辑: 常 琛

责任编辑: 黄小雨

DOI: 10.12438/cst.2024-0234

基金项目: 国家重点研发计划资助项目(2020YFB1314100)

作者简介: 周林娜(1979—), 女, 辽宁营口人, 副教授, 博士生导师, 博士。E-mail: linnazhou@cumt.edu.cn

通讯作者: 张 鑫(1994—), 男, 江苏金湖人, 助理研究员, 博士。E-mail: zhangxin_1994@126.com

lem is integrated, where each robot performs viewpoint sampling and exploration gain calculation in the local space to construct a local map and determine the points to be visited. The A* algorithm is used to optimize the shortest exploration path in the local map. Moreover, when the local graph exploration gain is insufficient, global graph exploration is performed. Each robot shares the global maps and expands them incrementally to reduce the overall efficiency decline caused by multiple robots directly accessing the target point. The collaborative global map search algorithm solves the shortest path for each robot's global map exploration. Finally, three different models of robots are used for real experiments and compared with commonly used multi-robot autonomous exploration algorithms based on boundary point methods. The results show that the multi-robot autonomous exploration method proposed in this paper improves exploration completeness by 51% and saves exploration time by more than 58%. The proposed method can effectively achieve multi-robot autonomous exploration tasks in complex environments.

Key words: coal mine rescue; multi-robot system; autonomous exploration; VRP; A* algorithm

0 引 言

社会经济蓬勃发展大力催化了煤炭需求的持续走高,也直接促使煤炭行业的超负荷运转。我国煤矿以井工开采为主^[1],目前浅部资源殆尽,逐渐转入深部资源开发^[2],矿压大,巷道变形严重,易导致一系列严重的安全问题^[3-5],威胁井下工作人员的生命安全。煤矿事故发生后,地下环境复杂未知,救援人员面临着众多威胁,为加快救援进度,避免救援人员受到伤害,使用机器人系统对环境进行探测对于后续的救援任务具有重要意义。遥控救援机器人部署简单但在复杂环境中存在难以实时通信问题,无法自主针对不同环境和工况做出及时决策,而机器人自主探索系统中机器人可以根据当前信息自主决策以探测目标空间^[6-8],其中多机器人自主探索系统可通过协同多个机器人提高整体任务的环境探测效率。

多机器人自主探索算法是多机器人自主探索系统在地下灾后环境高效探测的关键。近年来国内外诸多学者针对多机器人系统的自主探索方法进行了相关研究。YAMAUCHI^[9]首次提出基于边界点的机器人自主探索方法,BAUTIN等^[10]将其在多机器人系统中进行了改进与实现,探索效果较为可观,这类算法^[11-12]通过检测当前地图已知区域与未知区域的边界,并根据边界点自行规划引导机器人行进。但此类方法每次迭代都需要对整个地图进行遍历,资源耗费大,且易陷入局部贪心,造成探索效率下降。UMARI等^[13]基于快速扩展随机树(RRT)提出了一种局部-全局边界点探索规划器,这类算法^[14-16]基于随机树偏向未知区域扩展的性质,快速获取地图边界,可以灵活设计节点增益,但在实际运行时由于计算资源的限制,导致采样无法达到概率完备,狭窄通道和小型区域很难覆盖,存在探索失败的可能性。煤矿井下救援中,宽阔与狭窄区域兼有,机器人难以在局部空间内快速获取高增益的待访问点,而多机

器人协同探索时需要为各机器人高效且合理地分配待访问点,低效的任务分配会影响救援机器人系统的探索效率和人员生还率。

笔者的研究目标是煤矿救援多机器人自主探索方法,通过构建解决旅行商问题优化局部无向图生成的待访问序列,提高了各机器人局部图探索的效率。各机器人间共享全局无向图,在进入全局图探索时,机器人团队形成车辆路径问题,优化生成各机最短探索路径,实现多机器人系统的最优全局图探索。主要贡献包括:

1)构建煤矿救援多机器人自主探索系统,通过功能模块的方式进行整合管理,提高了多机器人系统多功能模块的扩展性和算法的移植性。

2)针对煤矿井下灾后狭窄通道与开阔区域共存的复杂空间,采样得到待访问点,将旅行商问题融入局部图探索,优化生成局部图探索的最短探索路径,实现局部图探索的增益和探索效率的最大化。

3)针对井下环境目标点繁多,运行效率低下的问题,机器人之间共享并融合全局无向图,构建解决车辆路径问题,得到各机器人的全局图探索的最短探索路径,提高多机器人系统全局图探索效率。

1 煤矿救援多机器人自主探索系统

1.1 移动机器人里程计模型

煤矿救援多机器人自主探索的实质是多机器人系统通过各救援机器人携带的传感器在灾后未知封闭环境中进行协同定位与建图,同时各机器人基于当前煤矿环境寻找地图边界,并通过多机器人自主探索算法进行合理的任务分配,不断引导各救援机器人向未知区域行进,为后续救援被困人员构建出完整的环境地图^[17-21]。

以3台基于两轮差速运动模型的机器人作为研究对象,相邻时刻简化里程计运动模型如图1所示,需要求取机器人左右轮速 v_l 、 v_r 与线速度角速度 v_{linear} 、

v_{yaw} 之间的变换关系。

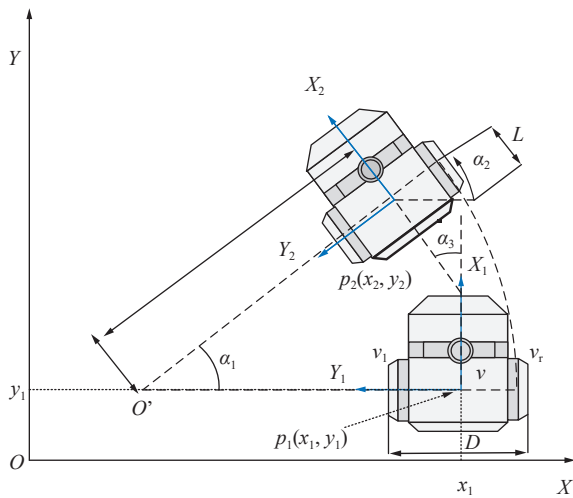


图 1 移动机器人里程计运动模型

Fig.1 Odometer motion model of mobile robot

图 1 中, 全局坐标系 $X-Y$ 用于表示移动机器人相对于固定坐标系的位置, X_i-Y_i 为机器人车体参考坐标系, 机器人位置为 $p_i(x_i, y_i)$, 移动机器人内部传感器及算法可获取机器人的角度数据和实时速度, α_1 为机器人相邻时刻 Δt 绕圆弧运动的角度, α_3 为机器人相邻时刻 Δt 的航向角角度的变化值, 机器人左右轮距为 D , 相邻时刻 Δt 左右轮里程差值为 L , 机器人圆弧运动半径为 R , 因此机器人车体线速度为两轮中心点速度 v , 如下式:

$$v_{\text{linear}} = v = (v_l + v_r)/2 \quad (1)$$

式中: v_l 、 v_r 为机器人左、右轮轮速, v_{linear} 为车体线速度, v 为两轮中心点速度。

由图中几何关系可知为 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$, 机器人运动相邻时刻差值相当小, 左右轮里程值可视为直线距离 $v_l \Delta t$ 、 $v_r \Delta t$, 因此可有以下近似:

$$\alpha \approx \sin \alpha = L/D = (v_r - v_l) \cdot \Delta t / D \quad (2)$$

式中: L 为机器人相邻时刻 Δt 左右轮里程差值, D 为机器人左右轮距。

因此可得两轮差速移动机器人的左右轮速与线速度角速度关系:

$$\begin{bmatrix} v_l \\ v_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v - v_{\text{yaw}} L/2 \\ v + v_{\text{yaw}} L/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -L/2 \\ 1 & L/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\text{linear}} \\ v_{\text{yaw}} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中, 多机器人系统中通过话题对机器人线速度、角速度 v_{linear} 、 v_{yaw} 进行控制。

1.2 煤矿救援多机器人自主探索系统

笔者所设计构建的煤矿救援多机器人自主探索系统基于 ROS 并以层级模块的方式进行组织管理。系统架构如图 2 所示。煤矿救援多机器人自主探索

系统主要分为 UI 用户层、通信层、逻辑算法层、驱动层、硬件层以及替代实物的仿真环境。

UI 用户层包括人机交互按钮、规划器管理界面以及 ROS 话题可视化界面, 通过 ROS 界面工具 RVIZ 显示话题数据, 基于话题和服务信息实现系统的规划管理, 基于 RVIZ 链接 QT 库实现交互按钮的设计; 通信层使用多个可进行 Mesh 自组网的路由器, 设定主路由器, 其他路由器作为子路由加入到主路由的局域网中; 逻辑算法层主要由多机 SLAM 算法、多机器人自主探索算法、地图构建模块、局部规划器和任务规划器组成。多机 SLAM 算法接收激光雷达点云数据, 实时输出机器人位姿估计以及对齐之后的点云地图。由于灾后煤矿井下环境底板凹凸不平, 因此需要地形地图来进行局部规划; 使用信息丰富的稠密地图用于机器人全局规划。多机器人自主探索模块根据当前已知的信息进行无向图融合更新并进行图探索, 输出机器人待访问点, 再进行分配, 引导各机器人行进。局部规划器模块根据自主探索模块输出的全局路径进行跟踪输出机器人的角速度和线速度信息给机器人底盘执行。驱动层主要将硬件层的数据以及 ROS 中使用的数据进行解析相互转化。硬件层由机器人底盘以及激光雷达传感器组成。仿真环境主要用于替代实物驱动及硬件层进行前期测试。

2 煤矿救援多机器人自主探索算法

煤矿灾后地下环境中, 底板可能存在程度不同的下沉或底鼓, 顶板下沉或局部冒落堆积障碍物。需要先判断机器人在该区域是否可安全通行, 构造局部地图来进行机器人的动态避障与地形分析, 使用稠密地图有助于进行图的相关操作与碰撞检测。针对以上需求, 本文使用多层地图结构, 该结构有助于增强机器人碰撞检测能力、促进机器人之间的避障以及局部环境分析, 地图结构如图 3 所示。

在煤矿灾后救援复杂环境中进行机器人路径规划时, 面临着计算效率和空间探索深度的挑战, 单一的全局探索与路径规划方法往往受限于计算资源和运算时间, 仅依赖局部探索与路径规划很可能无法保证探索深度与长距离规划^[22-23]。因此, 结合局部和全局规划策略, 可以更有效地处理大规模复杂环境^[24], 煤矿救援多机器人自主探索算法的总体流程如图 4 所示。

在局部图探索模块中, 构建局部图对机器人局部空间进行评估以确定待访问点, 结合启发式图搜

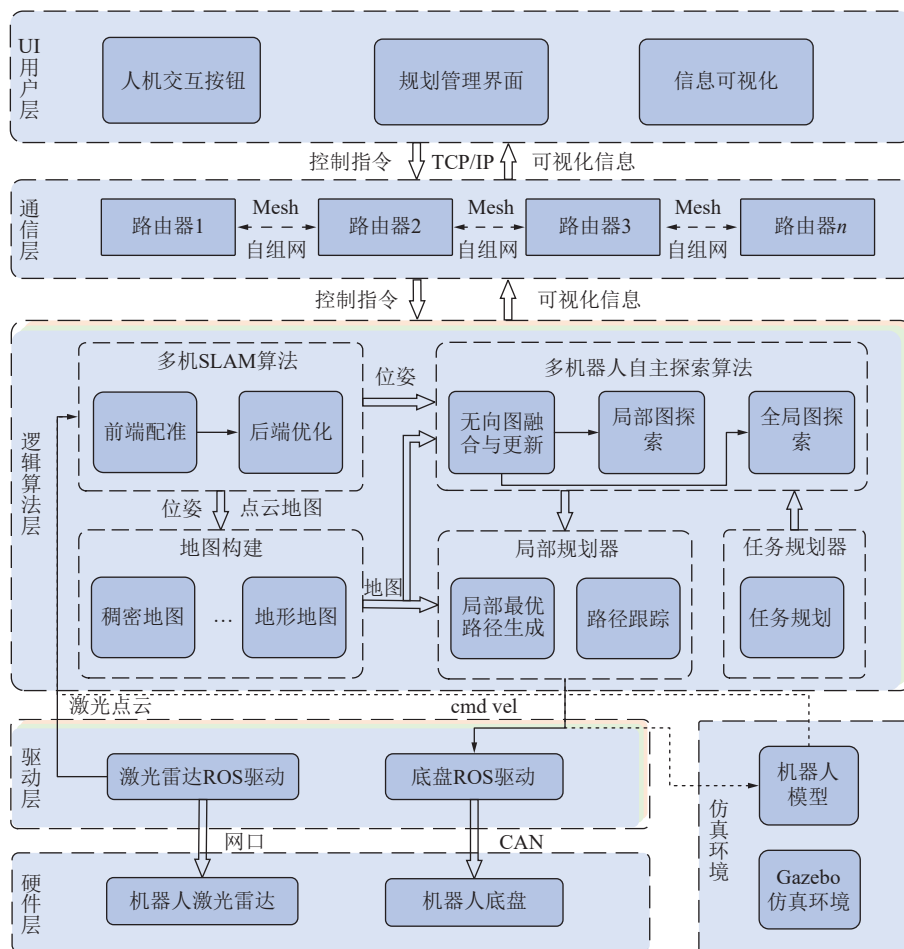


图2 煤矿救援多机器人自主探索系统

Fig.2 Multi-robot autonomous exploration system of coal mine rescue

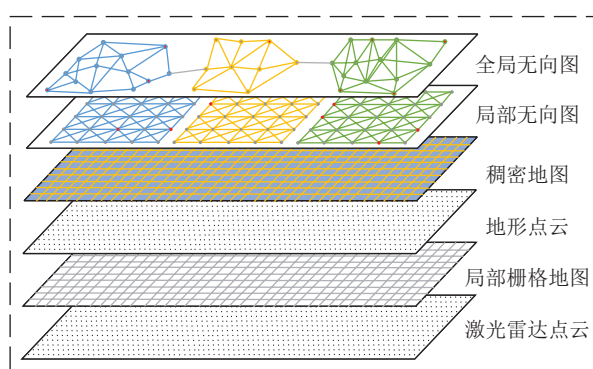


图3 地图结构

Fig.3 Map frame

索算法解决旅行商问题实现对待访问点的高效访问，在全局图探索模块中，接收扩展其他机器人的全局图，并根据任务规划模块结合启发式图搜索算法避免全局图探索进入局部最小陷阱，在局部规划器中根据差速机器人运动学特性，进行局部地形与当前障碍物分析，生成局部最优路径引导机器人前进。

2.1 局部图探索

为实现煤矿救援多机器人系统对当前周边环境

的评估以及总体环境的探测，采用“局部-全局”的方式构建探索算法，首先是局部图探索，包括局部点采样、局部图生成以及局部图探索最优路径生成。

基于构建的 TSDF 地图^[25]，对当前空间进行体素化，地图中的每个体素都会记录距该体素中心最近表面的一定范围内的距离值，并将地图体素分为3种状态，自由、未知与占据。如图5所示，将三维场景简化为2D图形，其中白色方块为自由体素、浅灰色为占据体素、深灰色为未知体素、虚线为模拟光线投射。

针对多机器人探索团队 $R = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}$ ，其中 n 为机器人团队成员数，本文中 $n = 3$ 。定义待探索的未知空间中以当前机器人 i 位姿为中心的局部空间 $S_i^L \subseteq S \subset \mathbb{R}^3$ ，如图5中的蓝色虚线框。在一次迭代过程中，局部图探索开始，将当前机器人位置作为局部图的中心根节点 v_{root}^L （如图5中的小车中心），再对机器人 i 局部空间 L_i 进行间距为 d^L 均匀等距的采样，如图中所有的蓝色点 v_{all}^L ，包括浅蓝色空心点、浅蓝色实心点、深蓝色实心点，相邻蓝色节点间最近距离为 d^L 。基于稠密地图结构，依次对每个局部采样点进

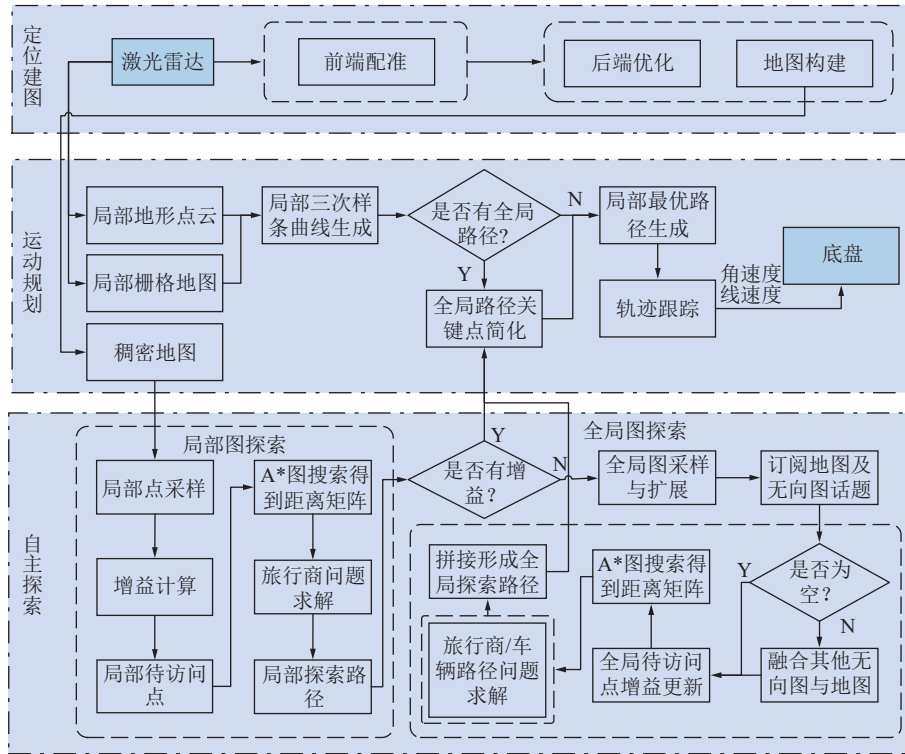


图 4 煤矿救援多机器人自主探索算法流程

Fig.4 Flow chart of coal mine rescue multi-robot autonomous exploration algorithm

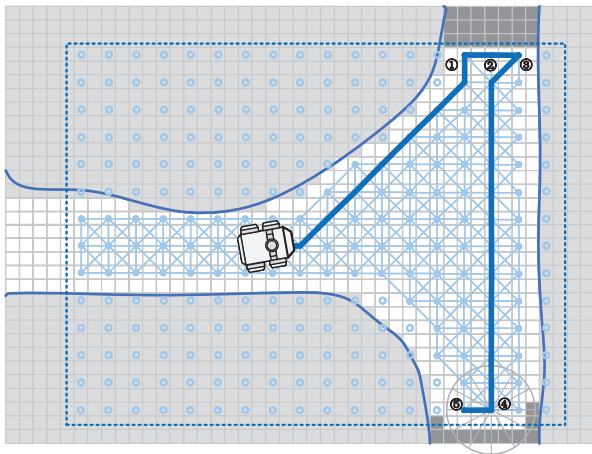


图 5 局部图探索

Fig.5 Local graph exploration

行据底板高度的计算,滤除据底板高度过高和过低点,选取据底板高度适中且与相邻节点高度差值较小的采样点备用作为待扩展节点集,然后滤除距离障碍物过近的节点。对每个点进行增益计算,如图 5 中圆圈内模拟激光雷达光线投射,记录该点一定范围内投射得到各类型体素的个数,得到各点的增益 Gain_v^L 以及有效局部图节点集 V^L ,记录到各节点的数据结构中为下一阶段使用。

根据带有增益 Gain_v^L 的局部有效采样点 V^L ,需要对这些节点进行连接以得到机器人 i 局部图的边结构

E^L ,从而最终形成局部图 $G_i^L = \{V^L, E^L\}$ 。首先依次从根节点 v_{root}^L 对这些点进行连接,指定连接的边 e_{jk}^L ,满足条件如下:

$$\|e_{jk}^L\| = \|v_j^L - v_k^L\| \leq \sqrt{2}d^L + \text{epsilon} \quad (4)$$

式中: e_{jk}^L 为相邻节点 j, k 所连接的边, $\|\cdot\|$ 代表欧式距离, $\|v_j^L - v_k^L\|$ 即为相邻节点 f, k 连接形成的边的长度,其中添加 epsilon 为保证所连接的边皆为相邻节点形成, $\sqrt{2}d^L + \text{epsilon}$ 规定所有的局部图边皆小于等于局部均匀采样间距的 $\sqrt{2}$ 倍。

依次扩展初步形成局部边集 E^L ,实现相邻节点相互连接。对局部边集 E^L 进行碰撞检测和模拟车辆光线投射,其中距离障碍物距离小于车辆包围盒体积半径和点间连线经过障碍物和未知空间的点与边将被移除,从而确保连接的边可以使机器人无碰撞地安全通过,得到局部图边集 E^L (图 5 中的浅蓝色线段)和局部图节点集 V^L (图 5 中的浅蓝色实心点),二者共同构成局部图 $G_i^L = \{V^L, E^L\}$ 。

为了在局部图中寻找一条必须经过多个目标点恰好一次的最短路线。针对前文所构建的局部图 $G_i^L = \{V^L, E^L\}$,图中每个节点 v_k^L 皆有 1 个节点增益值,增益值由在该点模拟雷达视场所计算出的各类体素数量决定,如下:

$$\text{Gain}_v^L = \lambda_1 \text{voxel}_{\text{uk}}^v + \lambda_2 \text{voxel}_{\text{fr}}^v + \lambda_3 \text{voxel}_{\text{oc}}^v \quad (5)$$

式中： λ_i 为加权项； voxel^v 表示在节点 v^L 处可观测到的某类型体素数；下标 uk 为未知体素； fr 为自由体素， oc 是有障碍物占据的体素。增益总值为 3 种体素数量加权和，本文选择 $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = 0$ 。

将观测增益最高的一系列点作为待访问点，并且将机器人当前位置加入到待访问点集中，进行旅行商问题的求解。

定义一次迭代过程中，已构建好机器人 i 当前位置的局部图 $G_i^L = \{V^L, E^L\}$ ，有局部待访问点集 $P^L \subset V^L$ ，其中共 m 个待访问点 $P^L = \{p_1^L, p_2^L, \dots, p_m^L\}$ 如图 5 中的深蓝色序号点，定义决策变量：

$$x_{jk}^L = \begin{cases} 1 & \text{if path contain } j, k, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (6)$$

式中： x_{jk}^L 为 i 到 j 的决策值，当路径包含该点为 1，否则为 0。

通过启发式图搜索算法对机器人 i 当前的局部图 $G_i^L = \{V^L, E^L\}$ 中两两待访问点 j, k 进行图搜索，生成最短路径 path_{jk}^L ，计算形成 P^L 中两两节点之间的最短路径集合

$$\text{Path}^L = \{\text{path}_{12}^L, \text{path}_{13}^L, \dots, \text{path}_{jk}^L, \dots, \text{path}_{(m-1)m}^L\} \quad (7)$$

式中：路径集合 Path^L 为机器人 i 的局部图 m 个待访问节点 P^L 中依次通过启发式图搜索算法寻找到的最短路径，共 $m(m-1)/2$ 条最短路径。

所使用的启发式图搜索算法如图 6 所示，输入起始节点为 $\text{start} = p_j^L$ ，目标节点为 $\text{target} = p_k^L$ 。

输入： 机器人 i 当前的局部图 $G_i^L = \{V^L, E^L\}$
输出： 局部图中点 j, k 的最短路径及其长度 cost_{jk}^L
 1: 初始化优先级队列，输入局部图 $G_i^L = \{V^L, E^L\}$ ，设定起始点和终点的 $h(n), g(n)$ ；
 2: 将起始节点加入队列中，设定 $g(\text{start}) = 0$ ；
 3: 当优先级队列非空时：
 4: 弹出队列中 $f(n)$ 最小的节点 n 作为当前节点，并将其移入已访问节点集；
 5: 如果当前节点是目标节点，回溯输出路径；
 6: 遍历当前节点的所有邻居节点：
 7: 对当前邻居节点 b 计算 $h(b), g(b)$ ；
 8: 节点 b 已访问过且 $g(b) > g(n)$ ，继续；
 9: 如果 $g(b) = +\infty$ 或 $g(b) < g(n)$ ；
 10: 标记 n 为邻居节点的父节点；
 11: 更新 $f(b), g(b)$ ；
 12: 如果 b 不在优先级队列中，加入其中；
 13: 结束遍历；
 14: 结束循环；
 15: 回溯返回路径 path_{jk}^L 及其长度 cost_{jk}^L 。

图 6 A*图搜索算法

Fig.6 A* graph search algorithm

输入当前机器人 i 的局部图 $G_i^L = \{V^L, E^L\}$ ，设定各节点的初始预估代价与实际代价，首先将起始节点加入到优先级队列中，设定其实际代价 $g(\text{start}) = 0$ ；其次构造一个循环来对优先级队列中 $f(n)$ 最小的节点进行查验；如果当前节点是目标节点，则找到到达目标点的最短路径，回溯得到路径；否则遍历查验当前节点 n 的所有邻居节点；计算当前邻居节点 b 的实际代价 $g(b)$ 和启发代价 $h(b)$ ；如果 b 在优先级队列中且 $g(b) > g(n)$ ，继续下一个邻居；如果节点 b 不在优先级队列中或者 $g(b) < g(n)$ ，设置该邻居节点 b 的父节点为 n ，更新代价值 $g(b), f(b)$ ，若其不在优先级队列中则将其加入其中；结束遍历与循环；回溯目标节点的父节点指针，得出机器人 i 当前局部图 $G_i^L = \{V^L, E^L\}$ 中共 m 个待访问点中 p_j^L 到 p_k^L 最短路径 path_{jk}^L 与路径长度 cost_{jk}^L 。

依次计算局部图中所有待访问点的路径及其长度得到距离矩阵 D^L ，如下形式：

$$D^L = \begin{bmatrix} 0 & \text{cost}_{12}^L & \dots & \text{cost}_{1(m-1)}^L & \text{cost}_{1m}^L \\ \text{cost}_{21}^L & \ddots & \dots & \ddots & \text{cost}_{2m}^L \\ \vdots & \dots & \text{cost}_{jk}^L & \dots & \vdots \\ \text{cost}_{(m-1)1}^L & \ddots & \dots & \ddots & \text{cost}_{(m-1)m}^L \\ \text{cost}_{m1}^L & \text{cost}_{m2}^L & \dots & \text{cost}_{m(m-1)}^L & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中：左对角线元素皆为 0，矩阵按左对角线对称， cost_{jk}^L 为机器人 i 局部图中节点 j 到 k 的最短距离值。

搜索单向最短路径，结合决策变量 x_{jk}^L 和距离矩阵 D^L 在局部图探索中求解最佳访问顺序以形成局部图探索的最短访问路径 $\text{path}_{\text{shortest}}^L$ ，目标满足下式：下式表示最小化距离与决策量积 $\text{cost}_{jk}^L \cdot x_{jk}^L$ 的和。

$$\min \sum_{j=1}^m \sum_{k=1, k \neq j}^m \text{cost}_{jk}^L \cdot x_{jk}^L \quad (9)$$

根据此约束条件通过 OR-Tools 解决得到最短局部点访问序列，拼接得到最短局部探索路径 $\text{path}_{\text{shortest}}^L$ ，如图 5 中深蓝色带箭头线段所示。

2.2 全局图探索

机器人在局部探索时采样出边界点生成局部图探索路径后，回溯各节点得到路径探索增益，设定探索增益低于阈值时即局部图无探索增益，否则，机器人会陷入局部图探索，导致机器人在局部空间内往复探索以获取微不足道的探索增益，造成探索效率下降。因此设定阈值使得机器人在局部图探索完成或增益较低时脱离当前局部最优状态以持续探索剩

下的未知空间,笔者提出一种多机器人组合式的全局图探索方法。包括全局图生成、图融合和结合车辆路径问题的全局图探索最优路径生成。

在机器人进行局部探索的同时,每个机器人扩展各自的全局图,与局部图类似,同样使用无向图来覆盖机器人系统所访问过的区域,形成全局无向图 $G_i^G = \{V_i^G, E_i^G\}$ 。为形成各机器人的全局无向图,共对每个机器人执行 2 个步骤:通过局部图扩展全局图以及全局周期采样扩展。

在局部图 $G_i^L = \{V_i^L, E_i^L\}$ 形成后的局部最优路径生成时,对于已生成的局部待访问点 $P_i^L = \{p_1^L, p_2^L, \dots, p_m^L\}$,将其作为一部分全局图采样点 $V_i^G = \{v_1^G, v_2^G, \dots, v_m^G\}$,在进 A* 算法求解局部待访问视点间的路径 path_{jk}^L 时,将这些路径与到当前机器人位置相连接,使得局部图探索中生成的待访问点及其路径全部添加到全局图中,如图 7 中的浅黄色节点和线段,有下式:

$$\begin{cases} V_i^G = P_i^L = \{p_1^L, p_2^L, \dots, p_m^L\} \\ E_i^G = \text{Path}^L = \{\text{path}_{12}^L, \text{path}_{13}^L, \dots, \text{path}_{jk}^L, \dots, \text{path}_{(m-1)m}^L\} \end{cases} \quad (10)$$

同时对各机器人轨迹进行记录与回溯,将各机器人过去时间内所行驶的固定长度轨迹进行采样并将其作为全局采样点进行扩展检测,如图 7 中的深棕色采样点及边。各机器人以固定频率对机器人周边的自由空间进行采样得到采样点 $V_i^G = \{p_1^G, p_2^G, \dots, p_b^G\}$,连接当前机器人位置以及各采样点得到全局采样待扩展边 $E_i^G = \{e_1^G, e_2^G, \dots, e_c^G\}$,对各边进行模拟车辆包围盒的碰撞检测,结合以上的全局图扩展得到机器人 i 的当前全局无向图 $G_i^G = \{V_i^G, E_i^G\}$,如图 7 中的采样点与边。

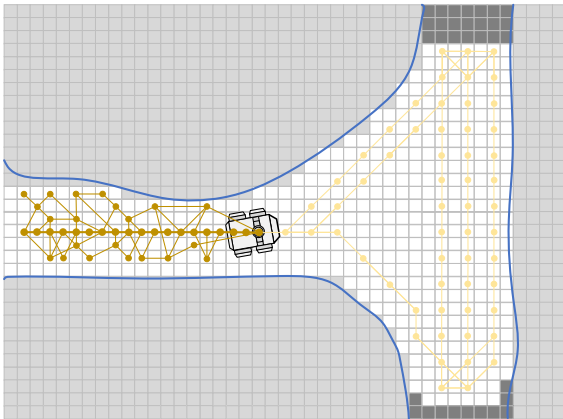


图 7 全局图生成

Fig.7 Construction of global graph

地图构建是多机器人自主探索系统进行持续探索过程中必不可少的环节,为实现多机器人系统的任务分配,需要将其他机器人的当前信息进行共享以避免重复探索。笔者主要研究内容集中在多机器人探索方法,对于地图融合采用简单的刚性变换。

煤矿救援多机器人系统通过全局无向图来覆盖各机器人访问过的区域,为了避免多机器人系统占用过多的计算资源,通过对地图进行降维,将点云地图进行下采样并将已经构建的全局无向图转换为话题消息进行发布,使得多机器人系统中的各机器人能够获取到其他机器人的当前的地图与无向图信息。本文中多机器人探索团队 $R = \{r_1, r_2, r_3\}$ 共三个机器人,每个机器人构建 1 个点云地图 M_i 、局部无向图 G_i^L 以及全局无向图 G_i^G ,在多机器人系统中的机器人进入组队探索时需要融合其他机器人的点云地图 M 与全局无向图 G^G 。

设定融合 2 个全局无向图,首先检测接收到的另外一个图话题 G_j^G 是否为空,若为空则 2 个机器人进入单机探索模式,使用 A* 算法依次在当前图中搜索最短路径,得到距离矩阵,求解单个无向图的旅行商问题,最终获取机器人 i, j 的最短全局图探索路径 $\text{path}_{\text{shortest}}^{G_i}, \text{path}_{\text{shortest}}^{G_j}$ 。若图话题 G_j^G 非空,则进入组队探索模式,首先尝试将无向图 G_j^G 融合进 G_i^G 中,若为首次融合,记录本次融合时两无向图的最大节点序号 id_s^{\max}, id_s^{\min} ,融合获取 2 个无向图的所有叶子节点集 $V_{\text{leaf}}^{G_i}, V_{\text{leaf}}^{G_j}$,设置标志位 $\text{flag}^{G_{ij}}$ 记录是否可联通,对叶子节点遍历,尝试连接两节点,进行碰撞检测,若无碰撞则可联通,记录连接节点,有碰撞则进行下一次遍历,扩展 G_i^G ,将 G_j^G 中的节点与边依次加入,得到融合后的图 G_{ij}^{GM} ,记录节点序号;当距离太远或不可联通时,两机器人各自进入单机探索模式,执行单机全局图探索;若非首次融合,则将上一次记录的最大节点索引作为本次扩展的初始序号,依次扩展 G_i^G 中新的边和节点,得到 G_{ij}^{GM} 。

如图 8 所示,获取绿色无向图 1 中的 a_1, b_1 叶子节点,橙色无向图 2 中的 a_2, b_2, c_2 和 d_2 4 个叶子节点以及蓝色无向图 3 中的 a_3, b_3, c_3 3 个叶子节点,其中 a_1, b_1 与 a_2, b_2 尝试连接形成边,其中边 a_1b_2 和 b_1b_2 检测无碰撞且无未知区域,可以连接从而融合 2 个无向图,而 a_1b_2 以及 b_1a_2 所形成的边检测有未知从而无法连接形成无碰撞边,因此绿色与橙色无向图可通过 a_1b_2, b_1b_2 进行融合形成 1 个无向图供 2 个机器人全局图探索使用。而橙色无向图 2 和蓝色无向图 3 中的同样如此, $c_2a_3, c_2b_3, c_2c_3, d_2a_3, d_2b_3,$

d_2c_3 皆可形成无向图边,而 d_2d_3 由于距离过大且连线上存在占据区域因此无法连接形成边。最后使用 A*图搜索算法获取待访问点的距离矩阵,求解车辆路径问题,拼接得到机器人 i, j 的全局探索路径 $\text{path}_{\text{shortest}}^{G_i}, \text{path}_{\text{shortest}}^{G_j}$ 。

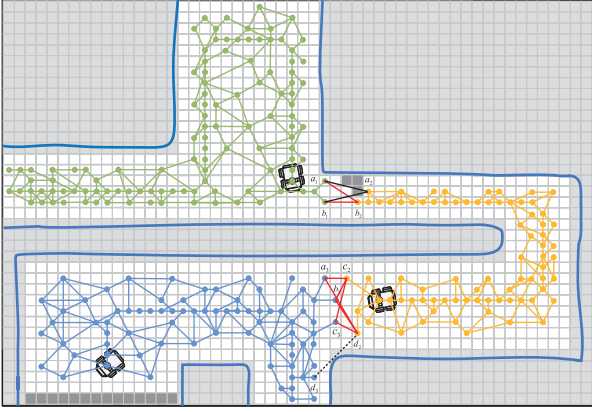


图 8 煤矿救援多机器人无向图融合

Fig.8 Multi-robot undirected graph fusion of coal mine rescue

对于一组机器人团队 $R = \{r_1, \dots, r_i, 1 < i \leq 3\}$ 共 i 个机器人,其中当 $i = 1$ 时,车辆路径问题退化为旅行商问题,机器人 i 的全局图探索方法类似于局部图探索方法中的旅行商问题,当 $1 < i \leq 3$ 时为车辆路径问题,此时各机器人的全局无向图为 $G = \{G_1^G, \dots, G_i^G\}$,其中各机器人的全局待访问点为 P^{L_i} ,所有待访问点为 $P^L = \{P^{L_1}, \dots, P^{L_i}, 1 < i \leq s\}$,假设共 s 个全局待访问点。目标是最小化所有车辆行驶的总距离。

图 9 为多机器人全局图探索算法伪代码。根据图 9 算法得到融合后的全局无向图 $G_M^G = \{V_M^G, E_M^G\}$,假设共 p 个待访问点,各全局无向图相互连通,则形成一个完整的图结构,因此图中的点与点之间必定可以寻找到一条最短的路径,这里仍然使用 A*算法获取融合后的全局图结构中的点间最短路径,获取各待访问点间的最短路径集合及长度

$$\text{Path}_M^G = \{\text{path}_{12}^{GM}, \text{path}_{13}^{GM}, \dots, \text{path}_{jk}^{GM}, \dots, \text{path}_{(p-1)p}^{GM}\} \quad (11)$$

形成融合后的距离矩阵

$$D^{GM} = \begin{bmatrix} 0 & \text{cost}_{12}^{GM} & \dots & \text{cost}_{1(p-1)}^{GM} & \text{cost}_{1p}^{GM} \\ \text{cost}_{21}^{GM} & \ddots & \dots & \ddots & \text{cost}_{2p}^{GM} \\ \vdots & \dots & \text{cost}_{jk}^{GM} & \dots & \vdots \\ \text{cost}_{(p-1)1}^{GM} & \ddots & \dots & \ddots & \text{cost}_{(p-1)p}^{GM} \\ \text{cost}_{p1}^{GM} & \text{cost}_{p2}^{GM} & \dots & \text{cost}_{p(p-1)}^{GM} & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

定义决策变量

输入: 当前机器人 i , 当前小车已构建的全局无向图 G^{G_i} , 接收到的另一个小车无向图 G^{G_j}

输出: 融合后的全局图 G_{ij}^{GM} , 机器人 i, j 的全局探索路径 $\text{path}_{\text{shortest}}^{G_i}, \text{path}_{\text{shortest}}^{G_j}$

- 1: 检测图话题 G_i^G 是否为空, 若空则机器人 i, j 各自执行单机全局图探索模式;
- 2: 否则, 机器人 i, j 进入组队探索模式;
- 3: 融合全局图 G^{G_i} 和 G^{G_j} ;
- 4: 转换数据结构, 若为首次融合:
- 5: 记录无向图 G^{G_i}, G^{G_j} 最大节点序号 $id_s^{l_{\max}}, id_s^{l_{\max}}$;
- 6: 获取两个无向图的所有叶子节点 $V_{\text{leaf}}^{G_i}, V_{\text{leaf}}^{G_j}$;
- 7: 遍历两叶子结点集, 设置标志位 $\text{flag}_s^{G_{ij}} = \text{false}$
- 8: 对于节点 a, b :
- 9: 如果节点距离 $\text{dis}_{ab} < d_{\max}$, 继续;
- 10: 连接节点 a, b 形成 $e_{ab}^{G_{ij}}$, 检测 $e_{ab}^{G_{ij}}$ 无碰撞:
- 11: $\text{flag}_s^{G_{ij}} = \text{ture}$;
- 12: 继续;
- 13: 结束迭代, 检测标志位 $\text{flag}_s^{G_{ij}}$, 若为 ture ;
- 14: 根据 id_s^l 更新 G^{G_j} 节点和边序号, 扩展 G^{G_i} 得到 G_{ij}^{GM} ;
- 15: 否则, 图融合失败, 机器人 i, j 各自执行单机全局图探索模式;
- 16: 否则, $id_s^{\text{start}} = id_{s-1}^{\text{end}}, id_s^{\text{end}} = id_s^{l_{\max}}$, 依次扩展全局图及边得到 G_{ij}^{GM} ;
- 17: A*图搜索得到全局待访问点间的最短路径与距离矩阵 D^{GM} 或 D^{G_i} ;
- 18: 求解车辆路径问题, 拼接得到全局探索路径;
- 19: 返回 $\text{path}_{\text{shortest}}^{G_i}, \text{path}_{\text{shortest}}^{G_j}$ 。

图 9 多机器人全局图探索算法

Fig.9 Multi-robot global graph exploration algorithm

$$x_{jk}^{G_i} = \begin{cases} 1 & \text{if path contain } j, k, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (13)$$

目标函数如下,需要最小化总的行驶距离成本:

$$\min \sum_{j=1}^m \sum_{k=1, k \neq j}^m \text{cost}_{jk}^{G_i} x_{jk}^{G_i} \quad (14)$$

通过求解此优化问题得到各机器人的最佳全局探索顺序,拼接得到各机器人最短全局探索路径,如下:

$$\text{Path}_{\text{shortest}}^{GM} = \{\text{path}_{\text{shortest}}^{GM_1}, \dots, \text{path}_{\text{shortest}}^{GM_i}, 1 < i \leq 3\} \quad (15)$$

式中 $\text{Path}_{\text{shortest}}^{GM}$ 为生成的各机器人探索最短路径。

最后通过对各路径进行关键点提取发送到局部规划器,引导各机器人行进。

3 实验与分析

为验证本文煤矿救援多机器人自主探索算法的有效性和实用性,基于 ROS 构建了多机器人自主探索系统,并进行仿真测试与实物试验验证。

试验场地为地下废弃停车场,具有类似井下巷道的狭窄联通走廊,且光照度极不均匀,包含大面积黑暗区域,接近井下灾后救援环境光照条件。两个空旷的停车区域通过狭窄走廊相连接,走廊区域地

面凹凸不平,存在石子、垃圾,部分实验场景如图 10 所示。本文多机器人系统试验由 3 台不同型号的机器人构成,图 11 为多机器人系统的实物图。不同机器人间通过 mesh 自组网进行通信,3 台机器人均配备工控机、16 线激光雷达、显示屏、差速运动底盘以及通信所需的车载路由器,上位机系统皆为 Ubuntu18.04 系统。



图 10 实验场景

Fig.10 Experimental site



图 11 多机器人实物系统

Fig.11 Real multi-robot system

本文多机自主探索方法和基于边界点^[26]的多机自主探索方法的探索可视化如图 12—图 13 所示。其中,白色点云为参考的环境点云,彩色点云为各机器人当前地图融合后的点云,彩色轨迹为多机器人系统各机器人开始探索后的机器人轨迹,各机器人初始位置水平相距 8 m。其中图 12h 为各机器人最终融合的全局无向图,图 13 为基于边界点的多机器人自主探索方法,机器人各自构建一张全局地图并共享地图信息,独自决策规划目标点,实现获取其他机器人信息并具有一定的健壮性。该探索方法在策

略上无法实现狭窄通道的边界点获取,无法穿越通道到达另外一个停车场,在探索完整度和时长上存在劣势。

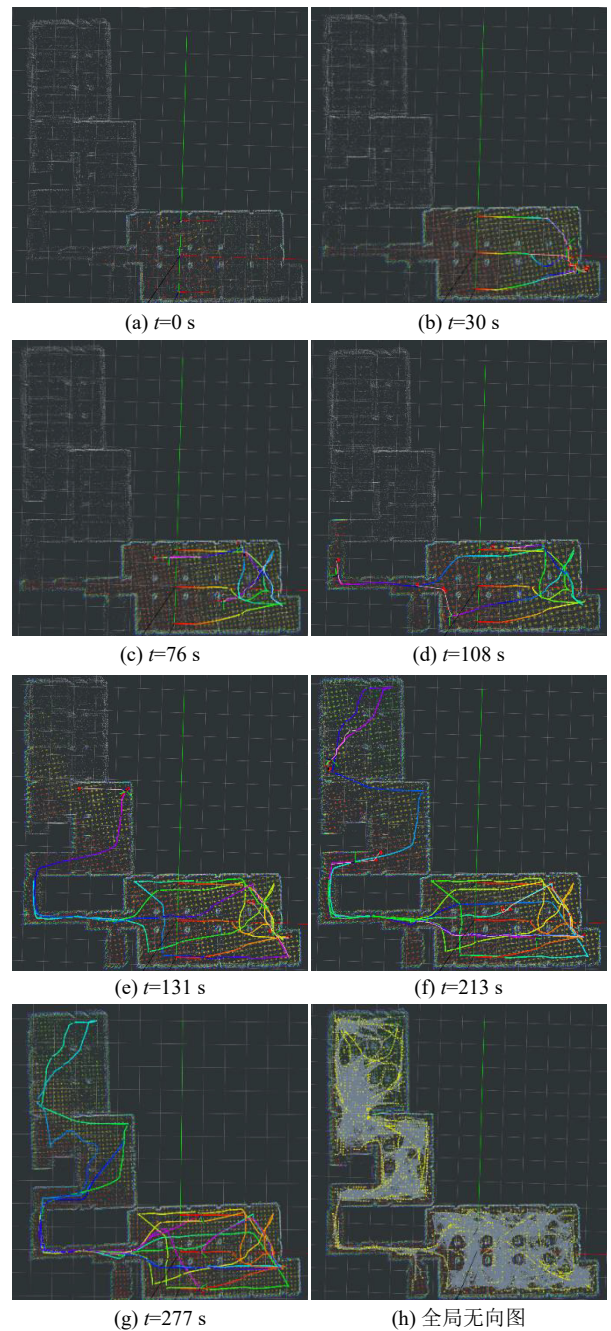


图 12 多机器人自主探索方法可视化图

Fig.12 Visualization of multi-robot autonomous exploration method

图 14 为本文的多机器人自主探索方法和基于边界点的多机器人自主探索方法五次试验总探索空间与时间平均值的曲线图,在包含狭窄通道的特殊环境下中相对于边界点的方法,笔者所提出的多机器人自主探索方法具有更高的探索效率、花费更短的时间。

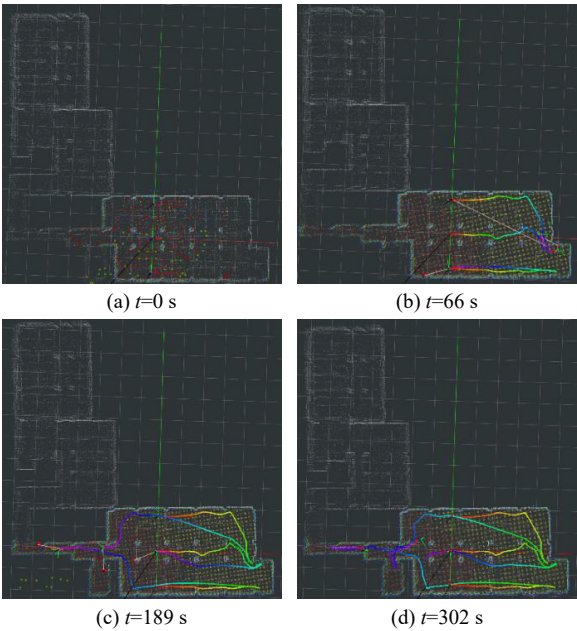


图 13 多机边界点探索可视化

Fig.13 Visualization of frontier-based multi-robot autonomous exploration method

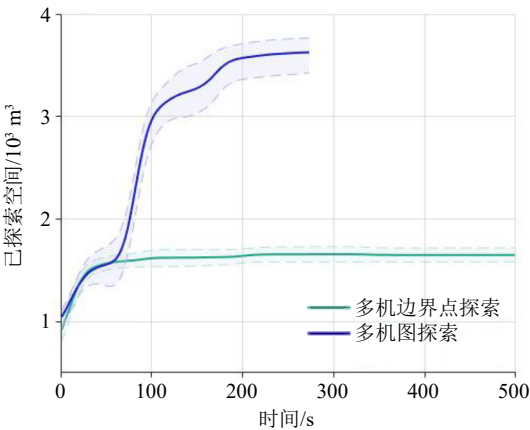


图 14 2 种探索方法的探索空间-时间曲线

Fig.14 Exploration space-time curve graph of two exploration methods

表 1 为笔者提出的探索方法与基于边界点的探索方法 5 次试验对比的平均探索完成度、平均行驶距离以及到达最大探索空间所需的平均探索时间表。结合图 12 与图 13 可见本文多机探索算法在进入狭窄通道前在开阔空间中轨迹较长,但在进入狭窄通道前可以直接形成路径穿越通道,而基于边界点的方法在通道前持续徘徊无法生成路径穿越通道,因此其平均探索完成度只有 48%,笔者提出的方法在平均总行进距离上虽大于基于边界点的方法,但结合探索完成度仍具有较低的行进距离,体现本文提出的多机探索方法较高的效率。综上,相较于基于边界点方法,笔者所提出的多机器人自主探索算

法,在探索效率上以及探索完成度上具有优越性,体现出笔者提出的多机器人自主探索算法的高效率和优越性。

表 1 探索结果指标对比

Table 1 Exploration results metrics comparison

方法	完成度/%	总行驶距离/m	探索时间/s
本文方法	99	699.7	277
边界点	48	281.1	302

4 结 论

1)以煤矿灾后救援为任务目标背景,主要研究了地下空间多机器人自主探索方法,提出了一种基于无向图和车辆路径问题的多机器人自主探索方法,并构造了多机器人自主探索系统。

2)通过实物试验验证了其可行性,将其与基于边界点的方法作对比,结果证明了本文提出的方法可穿越狭窄通道完全探索地下空间,在探索完整度上较基于边界点的方法提高了 51%,探索时间节约了 58% 以上,体现了本文方法的优越性。

3)本文方法对于不同环境的采样分辨率还依赖人工调节,系统的探索速度也受限于机器人定位建图的准确性,且并未实现真正意义上的煤矿协作救援。后续研究将针对不同煤矿环境区域下的参数自适应调节、多机器人协同目标检测、通信受限下的多机器人协同救援等方面做进一步研究,以实现矿区灾后的实地救援。

参考文献(References):

[1] 葛世荣,胡而已,李允旺. 煤矿机器人技术新进展及新方向[J]. 煤炭学报, 2023, 48(1): 54-73.
GE Shirong, HU Eryi, LI Yunwang. New progress and direction of robot technology in coal mine[J]. Journal of China Coal Society, 2023, 48(1): 54-73.

[2] 侯公羽,胡志宇,李子祥,等. 分布式光纤及光纤光栅传感技术在煤矿安全监测中的应用现状及展望[J]. 煤炭学报, 2023, 48(S1): 96-110.
HOU Gongyu, HU Zhiyu, LI Zixiang, et al. Present situation and prospect of coal mine safety monitoring based on fiber bragg grating and distributed optical fiber sensing technology[J]. Journal of China Coal Society, 2023, 48(S1): 96-110.

[3] 曾一凡,梅傲霜,武强,等. 基于水化学场与水动力场示踪模拟耦合的矿井涌(突)水水源辨识[J]. 煤炭学报, 2022, 47(12): 4482-4494.
ZENG Yifan, MEI Aoshuang, WU Qiang, et al. Source discrimination of mine water inflow or inrush using hydrochemical field and hydrodynamic field tracer simulation coupling[J]. Journal of

- China Coal Society, 2022, 47(12): 4482–4494.
- [4] 张永将, 邹全乐, 杨慧明, 等. 突出煤层群井上下联合抽采防突模式与关键技术[J]. 煤炭学报, 2023, 48(10): 3713–3730.
ZHANG Yongjiang, ZOU Quanle, YANG Huiming, et al. Joint ground and underground gas extraction mode and its key technology for outburst coal seam group[J]. Journal of China Coal Society, 2023, 48(10): 3713–3730.
- [5] 袁亮, 王恩元, 马衍坤, 等. 我国煤岩动力灾害研究进展及面临的科技难题[J]. 煤炭学报, 2023, 48(5): 1825–1845.
YUAN Liang, WANG Enyuan, MA Yankun, et al. Research progress of coal and rock dynamic disasters and scientific and technological problems in China[J]. Journal of China Coal Society, 2023, 48(5): 1825–1845.
- [6] 张军辉, 李晓鹏. 基于多传感器的煤矿探测机器人控制系统研究[J]. 煤炭科学技术, 2012, 40(7): 89–92.
ZHANG Junhui, LI Xiaopeng. Study on control system of mine detection robot based on multi sensors[J]. Coal Science and Technology, 2012, 40(7): 89–92.
- [7] 葛世荣, 朱华. 危险环境下救援机器人技术发展现状与趋势[J]. 煤炭科学技术, 2017, 45(5): 1–8, 21.
GE Shirong, ZHU Hua. Technical development status and tendency of rescue robot in dangerous environment[J]. Coal Science and Technology, 2017, 45(5): 1–8, 21.
- [8] 王国庆, 许红盛, 王恺睿. 煤矿机器人研究现状与发展趋势[J]. 煤炭科学技术, 2014, 42(2): 73–77.
WANG Guoqing, XU Hongsheng, WANG Kairui. Research status and development trend of coal mining robots[J]. Coal Science and Technology, 2014, 42(2): 73–77.
- [9] YAMAUCHI B. A frontier-based approach for autonomous exploration[C]//Proceedings 1997 IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation CIRA'97. 'towards New Computational Principles for Robotics and Automation'. Piscataway, NJ: IEEE, 1997: 146–151.
- [10] BAUTIN A, SIMONIN O, CHARPILLET F. MinPos: A novel frontier allocation algorithm for multi-robot exploration[M]//Intelligent robotics and applications. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2012: 496–508.
- [11] 李秀智, 龚月, 张祥银, 等. 一种室内移动机器人自主探索方法[J]. 控制与决策, 2019, 34(6): 1227–1233.
LI Xiuzhi, GONG Yue, ZHANG Xiangyin, et al. An autonomous exploration method for an indoor mobile robot[J]. Control and Decision, 2019, 34(6): 1227–1233.
- [12] CIESLEWSKI T, KAUFMANN E, SCARAMUZZA D. Rapid exploration with multi-rotors: A frontier selection method for high speed flight[C]//2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Piscataway, NJ: IEEE, 2017: 2135–2142.
- [13] UMARI H, MUKHOPADHYAY S. Autonomous robotic exploration based on multiple rapidly-exploring randomized trees[C]//2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Piscataway, NJ: IEEE, 2017: 1396–1402.
- [14] BIRCHER A, KAMEL M, ALEXIS K, et al. Receding horizon “next-best-view” planner for 3D exploration[C]//2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Piscataway, NJ: IEEE, 2016: 1462–1468.
- [15] BATINOVIC A, IVANOVIC A, PETROVIC T, et al. A shadow-casting-based next-best-view planner for autonomous 3D exploration[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(2): 2969–2976.
- [16] 宁宇铭, 李团结, 姚聪, 等. 基于快速扩展随机树—贪婪边界搜索的多机器人协同空间探索方法[J]. 机器人, 2022, 44(6): 708–719.
NING Yuming, LI Tuanjie, YAO Cong, et al. Multi-robot cooperative space exploration method based on rapidly-exploring random trees and greedy frontier-based exploration[J]. Robot, 2022, 44(6): 708–719.
- [17] YU J C, TONG J M, XU Y F, et al. SMMR-explore: SubMap-based multi-robot exploration system with multi-robot multi-target potential field exploration method[C]//2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Piscataway, NJ: IEEE, 2021: 8779–8785.
- [18] 于宁波, 王石荣, 徐昌. 一种基于 RGB-D 的移动机器人未知室内环境自主探索与地图构建方法[J]. 机器人, 2017, 39(6): 860–871.
YU Ningbo, WANG Shirong, XU Chang. RGB-D based autonomous exploration and mapping of a mobile robot in unknown indoor environment[J]. Robot, 2017, 39(6): 860–871.
- [19] JUN O. Multi-agent robot systems as distributed autonomous systems[J]. Advanced Engineering Informatics, 2006, 20(1): 59–70.
- [20] TOUMIEH C, LAMBERT A. MACE: Multi-agent autonomous collaborative exploration of unknown environments[EB/OL]. 2022: 2208.06949. <https://arxiv.org/abs/2208.06949v2>.
- [21] KWA H L, KIT J L, BOUFFANAIS R. Balancing collective exploration and exploitation in multi-agent and multi-robot systems: A review[J]. Frontiers in Robotics and AI, 2022, 8: 771520.
- [22] 侯媛彬, 郝利波. 煤矿救援机器人自主避障方法研究[J]. 煤炭科学技术, 2011, 39(10): 90–92, 21.
HOU Yuanbin, HAO Libo. Study on automatic avoiding obstacle method of mine rescue robot based on CERRT algorithm[J]. Coal Science and Technology, 2011, 39(10): 90–92, 21.
- [23] 杨春雨, 张鑫. 煤矿机器人环境感知与路径规划关键技术[J]. 煤炭学报, 2022, 47(7): 2844–2872.
YANG Chunyu, ZHANG Xin. Key technologies of coal mine robots for environment perception and path planning[J]. Journal of China Coal Society, 2022, 47(7): 2844–2872.
- [24] DHARMADHIKARI M, DANG T, SOLANKA L, et al. Motion primitives-based path planning for fast and agile exploration using aerial robots[C]//2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2020: 179–185.
- [25] OLEJNIKOVA H, TAYLOR Z, FEHR M, et al. Voxblox: Incremental 3D euclidean signed distance fields for on-board MAV planning[C]//2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Piscataway, NJ: IEEE, 2017: 1366–1373.
- [26] YAMAUCHI B. Frontier-based exploration using multiple robots[C]//Proceedings of the Second International Conference on Autonomous Agents - AGENTS '98. New York: ACM, 1998: 47–53.