



考虑中间主应力效应的修正Hoek–Brown真三轴强度准则

李亚鹏 吴晓锁 张强 蒋斌松

引用本文:

李亚鹏, 吴晓锁, 张强, 等. 考虑中间主应力效应的修正Hoek–Brown真三轴强度准则[J]. 煤炭科学技术, 2024, 52(6): 81–89.
LI Yapeng, WU Xiaosuo, ZHANG Qiang. Modified true triaxial Hoek–Brown criterion considering intermediate principal stress effect[J]. Coal Science and Technology, 2024, 52(6): 81–89.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.12438/cst.2023-1988>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于最大周向应变的岩石复合型断裂准则解析与验证

Analysis and verification of rock mixed mode fracture criterion based on maximum circumferential strain

煤炭科学技术. 2021, 49(3): 78–82 <https://doi.org/10.13199/j.cnki.cst.2021.03.009>

静动组合三轴加载煤岩强度劣化试验研究

Experimental research on coal and rock strength deterioration under combined static and dynamic triaxial loading

煤炭科学技术. 2021, 49(11): 105–111 <http://www.mtkxjs.com.cn/article/id/d2517fcc-0917-430a-8e01-c54caff5bf2a>

滇东老厂矿区煤层气储层地应力特征研究

Study on in-situ stress characteristics of coalbed methane reservoir in Laochang Mining Area, eastern Yunnan

煤炭科学技术. 2020, 48(6) <http://www.mtkxjs.com.cn/article/id/f5888826-2f96-4e58-b2fc-a1607478f653>

蠕变作用后裂隙类岩石单轴强度和裂纹扩展规律研究

Study on uniaxial strength and crack propagation law of cracked similar rock after creep

煤炭科学技术. 2020, 48(12) <http://www.mtkxjs.com.cn/article/id/a2a62f78-94b3-4ad4-a8e3-ac9b7b42ac26>

煤岩组合体应力传递与强度特征倾角效应

Dip effect of stress transfer and structural instability mechanism of coal–rock combination

煤炭科学技术. 2023, 51(1): 105–116 <https://doi.org/10.13199/j.cnki.cst.2022-1492>

三向应力状态下超高水材料固结体损伤特征及力学特性研究

Damage characteristics and mechanical properties of superhigh–water material consolidated body under triaxial stress

煤炭科学技术. 2022, 50(12): 128–135 <https://doi.org/10.13199/j.cnki.cst.2021-0392>



关注微信公众号, 获得更多资讯信息



移动扫码阅读

李亚鹏, 吴晓锁, 张 强, 等. 考虑中间主应力效应的修正 Hoek-Brown 真三轴强度准则[J]. 煤炭科学技术, 2024, 52(6): 81-89.

LI Yapeng, WU Xiaosuo, ZHANG Qiang, *et al.* Modified true triaxial Hoek-Brown criterion considering intermediate principal stress effect[J]. Coal Science and Technology, 2024, 52(6): 81-89.

考虑中间主应力效应的修正 Hoek-Brown 真三轴强度准则

李亚鹏, 吴晓锁, 张 强, 蒋斌松

(中国矿业大学 深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 江苏 徐州 221116)

摘要: 为改善 Hoek-Brown 强度准则未考虑中间主应力对岩石强度的影响, 通过岩石真三轴试验结果分析了岩石强度的演化规律, 引入中间主应力系数, 量化分析主应力系数对岩石真三轴强度的影响, 考虑 Hoek-Brown 强度准则中的参数和岩石应力水平间的关联性, 提出了基于拉格朗日插值方法的修正岩石真三轴 Hoek-Brown 强度准则, 分析了其空间包络特征。最后, 利用 7 种岩石的真三轴试验数据与其它 3 种真三轴强度准则进行最优拟合误差分析, 探讨了修正强度准则的合理性。研究表明: 岩石强度随着最小主应力的增加逐渐增大, 随着中间主应力的增加则呈现先增大后减小的变化规律, 表现出显著的区间效应; 修正强度准则不仅能够继承 Hoek-Brown 强度准则在子午面上的非线性优点, 且能够表征岩石强度在应力空间中的基本特性; 线性和非线性插值形式的修正强度准则空间包络面分别为非等边的六棱锥面以及能够满足拉压子午面区间连续光滑要求的圆锥面; 修正强度准则能够较好地预测岩石真三轴试验强度, 较为合理地反映中间主应力对岩石强度的影响; 相比于线性插值形式强度准则, 二次插值形式强度准则能够提高岩石强度的预测精度 1.2~2.0 倍; 相较于其他真三轴强度准则, 修正强度准则对不同硬脆性岩石的真三轴试验结果均具有良好的强度预测精度, 体现了修正强度准则的适用性和可靠性。

关键词: 岩石; Hoek-Brown 强度准则; 真三轴试验; 中间主应力; 拉格朗日插值

中图分类号: TU452 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-2336(2024)06-0081-09

Modified true triaxial Hoek-Brown criterion considering intermediate principal stress effect

LI Yapeng, WU Xiaosuo, ZHANG Qiang, JIANG Binsong

(State Key Laboratory for Geomechanics and Deep Underground Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China)

Abstract: In order to improve the Hoek-Brown strength criterion not considering the influence of intermediate principal stress on rock strength, the evolutions of rock strength were investigated according to the results of the rock true triaxial compression test. The intermediate principal stress coefficient was introduced to quantify the effect on rock strength. Considering the relationships between the parameter of the Hoek-Brown strength criterion and the rock stress levels, the modified Hoek-Brown strength criterion for the true triaxial stress was then established with the Lagrange interpolation method. The spatial envelope characteristics of the modified strength criterion were analyzed. The best-fitting errors of seven rocks with true triaxial test results were finally compared with the three other three-dimensional strength criteria to verify the rationality of the modified strength criterion. The research results indicate that the rock strength increases gradually with the increase of minimum principal stress, and increases first and then decreases with the increase of intermediate principal stress, which presents a significant interval effect. The modified strength criterion not only has the advantage of the Hoek-Brown strength criterion in the nonlinear characteristics of the meridian plane but also describes the basic characteristics of rock strength in stress space. The spatial envelope surfaces for the modified strength criteria with the linear and quadratic interpolation are the non-equilateral hexagon-

收稿日期: 2023-12-12 责任编辑: 朱恩光 DOI: 10.12438/cst.2023-1988

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52074269)

作者简介: 李亚鹏(1992—), 男, 河南焦作人, 博士研究生。E-mail: liyapeng@cumt.edu.cn

通讯作者: 吴晓锁(1966—), 男, 江苏江都人, 讲师。E-mail: xswu@sohu.com

al pyramidal surfaces and conical surfaces, which can meet the requirement of continuous smoothness in the tension-compression meridian plane interval. The modified strength criterion can better predict the true triaxial strength of rocks and reasonably reflect the influence of intermediate principal stress on the rock strength. The modified strength criterion with the quadratic interpolation improves the prediction accuracy of rock strength by about 1.2 to 2.0 times compared to the criterion with linear interpolation. The modified strength criterion has good agreement with the true triaxial test results of different hard and brittle rocks compared with other true triaxial strength criteria, which shows the applicability and reliability of the modified strength criterion.

Key words: rock; Hoek-Brown strength criterion; true triaxial test; intermediate principal stress; Lagrange interpolation

0 引言

岩石强度准则即岩石在复杂应力下强度特性的理论表征,是岩石力学行为研究的重要内容,亦是工程安全评估、设计及稳定控制的基础。在众多经典强度准则中, Hoek-Brown(HB)准则^[1-3]不仅能够较好地反映岩石在高应力条件下的非线性失效行为,而且表达简洁和参数物理意义明确,广泛应用于岩石工程理论和数值分析中^[4-6]。然而, HB 准则认为岩石的失效破坏仅与最大和最小主应力密切相关,忽略了中间主应力的影响,以致与真三轴试验结果吻合较差^[7]。因此,亟待建立能够准确描述岩石在复杂应力下强度特性的真三轴 HB 准则。

岩石强度在真三轴应力下呈现显著的非线性特征,同时具备最小主应力效应、静水压力效应以及中间主应力效应等基本特性^[8-11]。诸多学者通过不同的方法对 HB 准则进行了修正,以满足真三轴应力下岩石强度的基本特性。这些修正方法可大致分为三类:①中间主应力和最小主应力的权重组合,如 SINGH 等^[12]和王国安等^[13]利用中间主应力和最小主应力的权重值替代 HB 准则中的最小主应力,以考虑中间主应力对岩石强度的影响,进而提出了真三轴 HB 准则; LI 等^[14]考虑中间主应力效应及其区间性,在不同应力范围内采用中间主应力和最小(最大)主应力的权重均值替代最小(最大)主应力,建立了 HB 准则的三维形式,并探讨了中间主应力系数和岩石抗压强度间的相关性。②HB 准则和其他真三轴强度准则相结合,如 PRIEST^[15]利用 Drucker-Prager 准则外接 HB 准则,构建了真三轴 HB 准则,但修正准则往往高估了非三轴压缩状态下的岩石强度; 咎月稳等^[16]基于统一强度理论,利用双剪力学模型和双剪函数对 HB 准则进行修正,提出了岩石非线性统一强度准则,然而修正准则的屈服面仍存在拐点; HUANG 等^[17]进一步将非线性统一强度理论与 HB 准则相结合,提出了真三轴强度准则; ZHANG 等^[18-19]利用 Mogi 强度准则的非线性优势,将其与 HB 准则相结合,构建了真三轴 HB 准则(Zhang-Zhu 准则),

但新准则强度包络同 Mogi 准则一样,仍未满足连续光滑和外凸性的要求。③偏平面函数(偏平面强度包络线特征的理论表达和强度准则的关键组成^[20])引入 HB 准则,如 LEE 等^[21]在 HB 准则中引入椭圆型偏平面函数,以修正屈服面并量化中间主应力效应,构建了真三轴 HB 准则; ZHANG 等^[22]针对 Zhang-Zhu 准则屈服面存在的非光滑和非凸问题,利用椭圆型、双曲线型和空间滑动面三种罗德函数进行修正; WU 等^[23]提出了一种基于 Matsuoka-Nakai 准则偏平面函数形式的双参数偏平面函数,并将其引入 HB 准则。

众多学者利用不同的修正方法提出了各种形式的真三轴 HB 准则,这些准则不仅能够继承经典 HB 准则表征岩石非线性失效行为的优势,亦可较为准确地反映中间主应力对岩石强度的影响,极大地促进了岩石强度准则理论的发展。然而,现有真三轴 HB 准则在理论表达式和力学机理等方面仍存在些许不足,例如引入不同形式的偏平面函数修正 HB 准则的屈服面,导致修正准则的表达形式变得复杂繁琐; HB 准则中的参数往往被视为固有常数,忽略了中间主应力对其影响。

针对以上问题,通过引入中间主应力系数量化中主应力影响,并考虑岩石真三轴应力水平对 HB 准则参数的影响,提出一种基于拉格朗日插值原理的简化通用的岩石真三轴 HB 强度准则。同时,利用现有文献中 7 种岩石的真三轴试验结果,并与其他真三轴 HB 准则对比分析,探究修正准则的适用性和可靠性,以期对深部岩石稳定性分析提供理论支撑。

1 Hoek-Brown 强度准则

HB 准则是基于 Griffith 强度理论,通过对大量岩石常规三轴及现场试验结果的统计分析而建立的经验强度准则^[1]。为了克服 HB 准则作为经验准则的局限性, HOEK 等^[3]不断改进并修正参数取值方法以提高对工程岩体的适用性,具体表达式为

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c \left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^a \quad (1)$$

式中: σ_1 和 σ_3 分别为最大和最小主应力; σ_c 为完整岩

石单轴抗压强度； m_b 、 s （取值范围为 0~1.0）和 a 均为反映岩石特征的参数，可由岩石地质强度指标（GSI）表征

$$\begin{cases} m_b = \exp\left(\frac{\text{GSI} - 100}{28 - 14D}\right) m_i \\ s = \exp\left(\frac{\text{GSI} - 100}{9 - 3D}\right) \\ a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left[\exp\left(\frac{-\text{GSI}}{15}\right) - \exp\left(\frac{-20}{3}\right) \right] \end{cases} \quad (2)$$

式中： D 为扰动参数； m_i 为反映完整岩石软硬程度的参数。

2 考虑中间主应力效应的修正 Hoek-Brown 真三轴强度准则

2.1 中间主应力效应

不同于岩石常规三轴试验，真三轴试验能够更深入地揭示中间主应力 σ_2 对岩石非线性力学行为的影响。图 1 为 Shirahana 砂岩的真三轴试验结果^[24]。由图可知，相较于复杂的真三轴应力（ $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ），常规三轴压缩（ $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ）可视为其特例。因此，HB 准则评估岩石强度通常存在保守性，工程实际中难以充分发挥岩石自身承载能力。此外，真三轴应力对岩石强度具有显著影响。对于恒定 σ_2 ，岩石强度随着 σ_3 增加呈递增趋势，表明 σ_3 对岩石强度具有强化作用。对于恒定 σ_3 ，岩石强度随着 σ_2 增加先增大至峰值而后减小，即呈现显著的非线性变化趋势。具体表现为： σ_2 较低时，主要抑制 σ_1 方向上的变形破坏并提高岩石强度； σ_2 较高时，对变形失效的抑制作用转为促进作用，同时弱化岩石强度，说明真三轴应力下 σ_2 对岩石强度具有重要影响，并存在显著的区域效应。

以往研究中通常引入中间主应力系数 b 表征中间主应力对岩石强度的影响^[25]，即

$$b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}, 0 \leq b \leq 1 \quad (3)$$

式中： $b = 0$ 和 $b = 1$ 反映岩石分别处于轴对称压缩和轴对称拉伸状态（ $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ）。

2.2 修正真三轴 Hoek-Brown 强度准则

尽管 HB 准则中的 3 个参数可由 GSI 表征，但三者通常视为反映岩石固有特性的常数，现有真三轴 HB 准则中也往往视其为常数。然而，在 3 个准则参数中， m_b 在不同真三轴应力下发生改变，表现出显著的应力水平关联性^[26]。因此，为了反映中间主应力对岩石强度的影响，本文未采用以往研究中常用的修正方法，而是考虑 m_b 是与 b 密切相关的函数，并

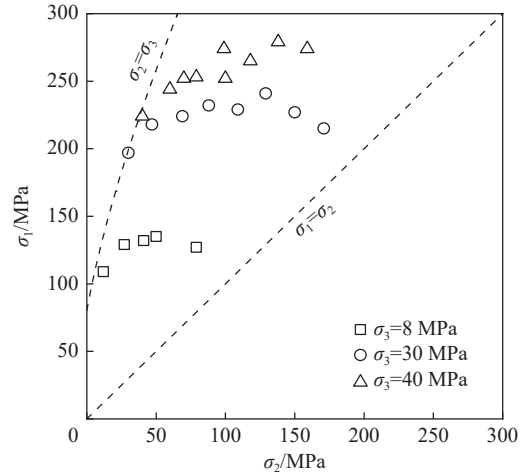


图 1 Shirahana 砂岩真三轴强度

Fig.1 True triaxial strengths of Shirahana sandstone

保持 HB 准则的表达形式基本不变，进而构建一种简化通用的修正真三轴 HB(MHB)准则，即

$$\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c \left(m_s \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^a \\ m_s = m_b(b) \end{cases} \quad (4)$$

式中： m_s 为中间主应力关联函数。本文主要对完整岩石进行研究，故 s 和 a 分别取 1 和 0.5。

所提 MHB 准则中 m_s 的合理构建尤为重要。实际上，真三轴试验结果可考虑为不同应力条件下岩石强度的多个离散数据，因此能够利用插值基本原理构建连续函数，进而准确地反映岩石强度演化规律。其中，拉格朗日插值法是应用最为广泛的插值方法之一。基于此， m_s 采用同拉格朗日插值法相似的表达形式，即

$$m_s = \sum_{k=0}^n m_k L_k(b), n \geq 1 \quad (5)$$

式中： m_k 为强度参数； L_k 为插值基函数。

由图 1 可知，真三轴应力状态实则可分为 3 种，包括轴对称压缩状态、非对称压缩状态（ $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ）以及轴对称拉伸状态。因此，根据应力状态的不同， m_s 可进一步采用线性或二次拉格朗日插值形式构建。

m_s 采用线性拉格朗日插值形式表征时，线性 MHB(MHB-L)准则考虑两种轴对称应力状态，具体表达式为

$$\begin{cases} m_s = \sum_{k=0}^1 m_k L_k(b) \\ L_0 = 1 - b \\ L_1 = b \end{cases} \quad (6)$$

m_s 采用二次拉格朗日插值形式表征时，非线性

MHB(MHB-Q)准则充分考虑3种应力状态,具体表达式为

$$\begin{cases} m_s = \sum_{k=0}^2 m_k L_k(b) \\ L_0 = \frac{(b-b_1)(b-b_2)}{(b_0-b_1)(b_0-b_2)} \\ L_1 = \frac{(b-b_0)(b-b_2)}{(b_1-b_0)(b_1-b_2)} \\ L_2 = \frac{(b-b_0)(b-b_1)}{(b_2-b_0)(b_2-b_1)} \end{cases} \quad (7)$$

式中: $b_0 = 0, 0 < b_1 < 1$ 和 $b_2 = 1$ 。

大量研究表明真三轴应力下岩石的峰值强度基本处在 $b = 0.4 \sim 0.6$ 范围内^[27-28], 因此, 本文采用同 MOGI^[27] 和 ZHANG 等^[18-19] 研究中相似的方法, 考虑 $\sigma_2 = (\sigma_3 + \sigma_1)/2$, 即 $b = 0.5$ 表征 MHB-Q 准则中非对称应力压缩状态对应的 b_1 。

MHB 准则和 HB 准则在三维主应力空间以及偏平面的破坏包络线, 如图 2 所示。由图 2 可知, MHB-L

准则和 HB 准则的空间包络线形状相似, 均为由六条非光滑棱线构成的六棱锥面。二者在偏平面上的轨迹曲线呈六边形, 表明屈服面广义拉压点处非光滑、非连续且存在奇异尖点(不可导), 即准则存在角点奇异性问题, 容易导致数值计算结果的不收敛。尽管如此, 与 HB 准则相比, MHB-L 准则仍具备一定的优势。例如, MHB-L 准则通过三个角点外接 HB 准则, 并且随着静水压力的增加, 偏平面上的包络线向外膨胀。这说明 MHB-L 准则在轴对称压缩状态下可退化为 HB 准则, 并且轴对称拉伸状态下的岩石强度略高于压缩状态, 亦即考虑中间主应力对岩石强度的影响。

对于同样通过 3 个角点外接 HB 准则的 MHB-Q 准则, 其主应力空间中的形状则是由三条非光滑棱线构成的类圆锥面, 即拉压子午面间的过渡为曲线, 以尽可能地满足屈服面具备连续且光滑的特性。此外, 偏平面上的失效包络线随着静水压力增

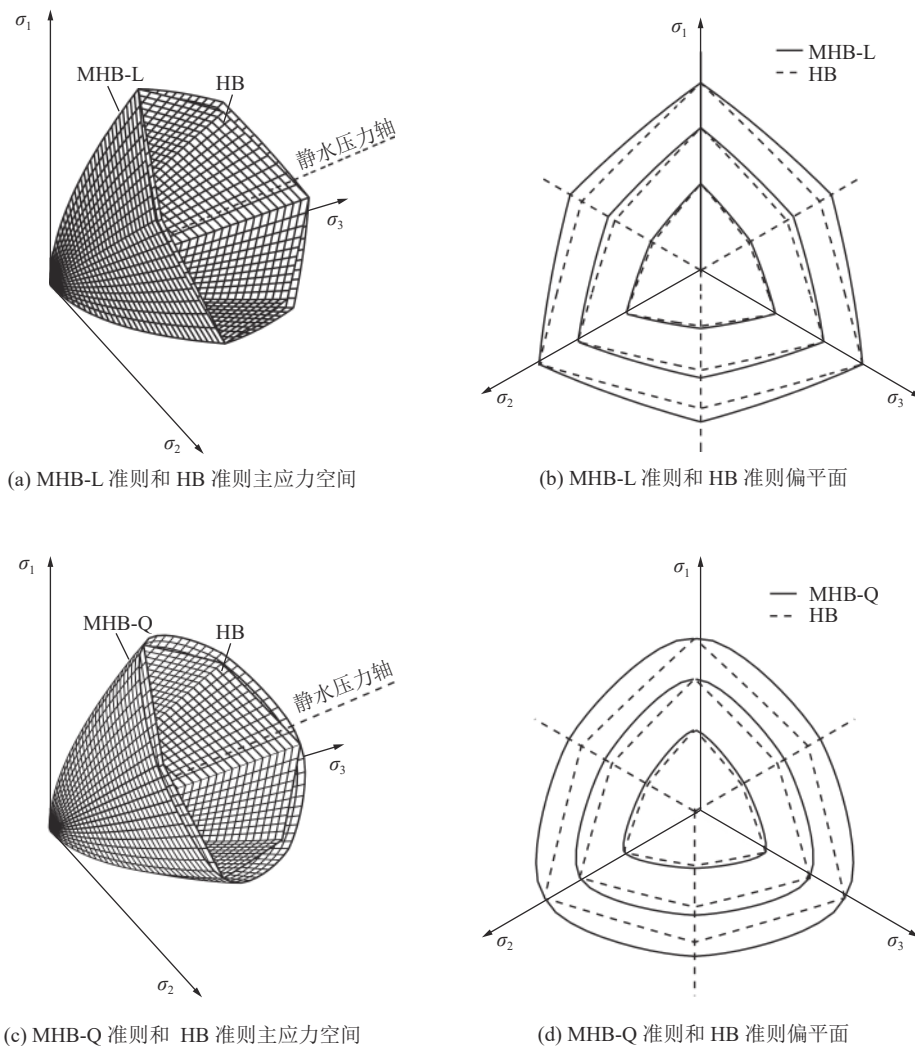


图 2 MHB 准则和 HB 准则空间特征

Fig.2 Spatial characteristics of MHB and HB strength criteria

大逐渐向外膨胀,拉压子午线间呈现显著的非线性变化(先增大后减小趋势),更为准确地反映真三轴应力下岩石强度的基本特性。这表明 MHB-Q 准则可进一步提高在工程实际和理论分析中的适用性和准确性。

鉴于此,所提 MHB-L 准则和 MHB-Q 准则不仅考虑中间主应力对岩石强度的影响,并可在轴对称压缩和拉伸状态下退化为 HB 准则。此外,相较于其他真三轴强度准则,MHB 准则中参数的确定方法较为简便,既可通过常规三轴压缩和拉伸试验拟合得到相应参数,建立表达形式较为简洁的 MHB-L 准则,亦可利用不同真三轴应力状态对应的试验结果构建更为精确的 MHB-Q 准则。

3 强度准则验证

3.1 参数取值和误差计算方法

为了评估 MHB 准则的合理性,本文利用不同岩石的真三轴试验结果^[29-32]进行验证,这些岩石均视为各向同性和完整的。值得注意的是,同种岩石在采用不同的参数取值方法时,仍可能导致强度预测值存在显著差异性^[33]。此外,MHB 准则中的参数取值既能够通过 2 个(3 个)不同应力状态对应的试验结果拟合得到,亦可通过对真三轴试验结果的整体最优拟合确定。因此,为了尽可能地避免参数差异造成的影响,并充分利用现有文献中的真三轴试验

结果,本文采用整体最优拟合的方法确定参数取值。

为了量化分析强度准则对真三轴试验结果的预测能力,本文选用均方根差(RMSE)^[34]作为评价标准,以反映强度准则的拟合精度,具体表达式为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\sigma_{1,i}^{\text{cal}} - \sigma_{1,i}^{\text{test}})^2} \quad (8)$$

式中: N 为试验数据组数; $\sigma_{1,i}^{\text{cal}}$ 和 $\sigma_{1,i}^{\text{test}}$ 分别为岩石强度预测值和试验值。RMSE 越小,强度准则越可靠且拟合精度越高。

3.2 拟合误差分析

表 1 为 MHB 准则对不同岩石真三轴试验结果的拟合参数和误差结果。拟合结果表明,MHB-L 准则对不同岩石的拟合误差均显著高于 MHB-Q 准则,且二者的拟合误差相差 1.2~2.0 倍,表明 MHB-Q 准则对真三轴试验结果具有更优的拟合精度。MHB-L 准则和 MHB-Q 准则分别对 Turkey 安山岩和 Yunnan 砂岩的拟合效果最好,而均对 Hornblende 花岗岩的拟合效果最差。对于参数取值而言,MHB-L 准则中轴对称拉伸状态对应的 m_1 取值显著高于 m_0 ;MHB-Q 准则中参数取值则由大到小依次为 m_1 、 m_2 和 m_0 ,三者分别对应非对称压缩、轴对称拉伸以及轴对称压缩状态,说明 MHB 准则能够描述真三轴应力下岩石强度演化规律。此外,MHB-L 准则中 m_k 取值大都高于 MHB-Q 准则对应的参数,而 σ_c 则大都低于 MHB-Q 准则。

表 1 MHB 准则拟合结果
Table 1 Best fitting results with MHB criterion

岩石类型	MHB-L			MHB-Q				RMSE/MPa	
	σ_c /MPa	m_0	m_1	σ_c /MPa	m_0	m_1	m_2	MHB-L	MHB-Q
Hornblende花岗岩 ^[29]	256.41	36.70	53.35	255.64	28.62	54.01	43.87	41.07	29.38
Porphyritic玄武岩 ^[29]	208.42	57.02	129.85	218.74	44.73	96.56	72.61	37.47	24.32
Turkey安山岩 ^[29]	70.42	7.76	11.45	73.25	5.84	10.31	8.95	11.42	8.20
CJPL-II大理岩 ^[29]	225.16	8.96	27.25	238.19	6.44	17.87	16.72	16.94	10.46
Coconino砂岩 ^[30]	138.92	9.88	10.83	142.20	8.26	11.01	9.05	22.76	18.87
Yunnan砂岩 ^[31]	72.45	29.95	49.06	80.29	21.58	39.40	35.31	15.54	7.61
Mizuho粗面岩 ^[32]	167.16	5.80	10.75	175.95	4.62	8.17	5.70	12.69	8.85

MHB 准则对不同岩石真三轴强度的拟合结果,如图 3 所示。由图 3 可知,相较于 MHB-L 准则,MHB-Q 准则在轴对称压缩状态下的强度预测值与试验结果吻合较好,说明 MHB-Q 准则在该应力状态下退化为 HB 准则时更为合理准确。因此,本文中 HB 准则所含参数同 MHB-Q 准则中相应参数取值保持一致,

其中 HB 准则中 m_b 取值和 MHB-Q 准则在轴对称压缩状态下对应的 m_0 相同。在不同岩石的强度预测结果中,未考虑中间主应力效应的 HB 准则,在拉压应力区间内呈现强度恒定不变的趋势,这意味着预测结果存在显著的保守性,并且不适用于真三轴应力条件。对于 MHB-L 准则,强度预测值随着中间主应

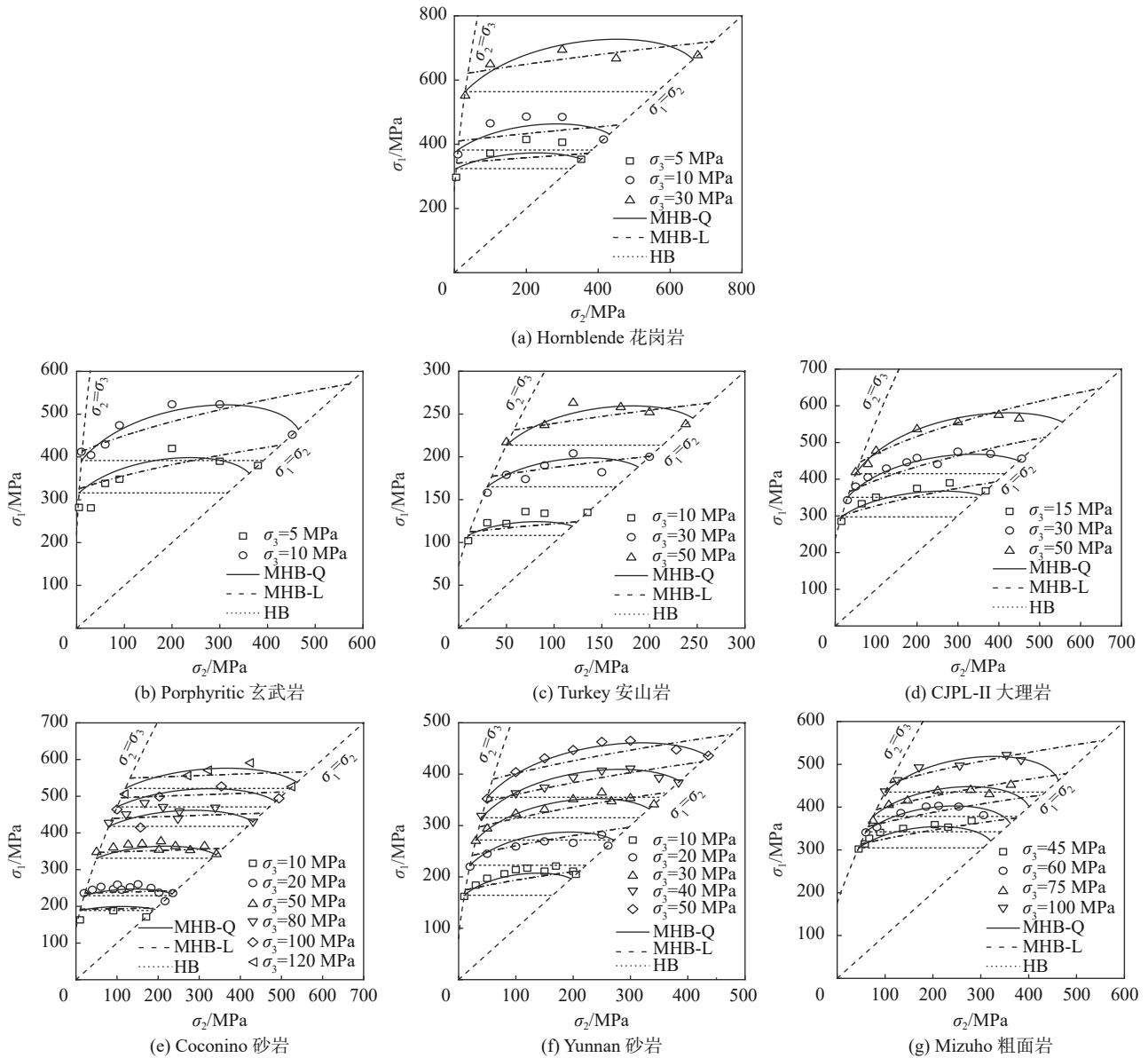


图3 MHB准则对不同岩石的拟合曲线

Fig.3 Best fitting curves of different rocks with MHB criterion

力增加基本呈线性增大趋势,说明能够描述真三轴试验中轴对称压缩状态下的强度低于轴对称拉伸状态的变化规律。然而,由于MHB-L准则中 m_s 采用线性表达形式,因此可能高估轴对称拉伸状态附近的岩石强度,特别是在最小主应力较高的情况。

此外,不同于HB准则和MHB-L准则,MHB-Q准则不仅能够更好地反映岩石强度在轴对称压缩至轴对称拉伸整个应力范围内的非线性和非对称演化规律,即能够较为合理地表征中间主应力效应及其区间性,并且与不同岩石试验结果的吻合度更优。因此,所提MHB准则特别是MHB-Q准则,能够较为准确地反映中间主应力对岩石强度的影响规律,并对不同岩石均具有良好的适用性。

4 其他真三轴强度准则对比

4.1 其他真三轴强度准则

岩石强度理论研究中,已提出多种用于描述中间主应力对岩石强度影响的真三轴HB准则。因此,为了更全面地评估所提MHB准则的可靠性,本文另选其他3种真三轴HB准则进行比较分析,分别为Pan-Hudson准则^[35]、Zhang-Zhu准则^[19]和Priest准则^[15]。

Pan-Hudson准则具体表达式为

$$\begin{cases} \frac{9}{2\sigma_c} \tau_{\text{oct}}^2 + \frac{3}{2\sqrt{2}} m_b \tau_{\text{oct}} - m_b \frac{I_1}{3} = s\sigma_c \\ \tau_{\text{oct}} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \\ I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \end{cases} \quad (9)$$

式中： τ_{oct} 和 I_1 分别为八面体剪应力和第一应力不变量。

Zhang-Zhu 准则具体表达式为

$$\frac{9}{2\sigma_c}\tau_{oct}^2 + \frac{3}{2\sqrt{2}}m_b\tau_{oct} - m_b\sigma_{m,2} = s\sigma_c \quad (10)$$

式中： $\sigma_{m,2}$ 为最大和最小主应力的平均值。

Priest 准则具体表达式为

$$\sigma_1 = 3[\omega\sigma_2 + (1-\omega)\sigma_3] + \sigma_c \times \left[m_b \frac{\omega\sigma_2 + (1-\omega)\sigma_3}{\sigma_c} + s \right]^a - (\sigma_2 + \sigma_3) \quad (11)$$

式中： ω 为权重因子，取值范围为 0~1。

为了便于不同准则间的对比分析，其他真三轴准则中 σ_c 和 m_b 取值仍与表 1 中 MHB-Q 准则相应的参数保持一致。Priest 准则中 ω 则进一步通过对真三轴试验结果的整体最优拟合确定，拟合结果见表 2。

表 2 Priest 准则参数 ω
Table 2 Parameter ω for the Priest criterion

岩石类型	ω
Hornblende花岗岩	0.13
Porphyritic玄武岩	0.10
Turkey安山岩	0.29
CJPL-II大理岩	0.29
Coconino砂岩	0.24
Yunnan砂岩	0.23
Mizuho粗面岩	0.31

4.2 对比结果

不同强度准则对各岩石真三轴试验结果的拟合误差，如图 4 所示。由图 4 可知，岩石强度的拟合误差整体上由高至低对应的强度准则依次为 Pan-Hudson 准则、Zhang-Zhu 准则、Priest 准则、MHB-L 准则以及 MHB-Q 准则，说明 MHB 准则对不同岩石的

拟合精度都基本优于其他真三轴准则。其中，Pan-Hudson 准则和 Zhang-Zhu 准则都对 Turkey 安山岩的拟合精度最优，而对 Hornblende 花岗岩和 Porphyritic 玄武岩的拟合精度显著低于其他准则，二者的拟合误差高达 234 MPa 以上，意味着这两种准则可能对岩石类型具有显著依赖性。对于 Priest 准则，Turkey 安山岩和 Hornblende 花岗岩的拟合误差分别最小和最大，与 MHB-L 准则所得到的拟合误差结果相一致。此外，Priest 准则的拟合误差由高至低对应的岩石类型也与 MHB-L 准则相同，说明两个准则间具有较高的相似性。

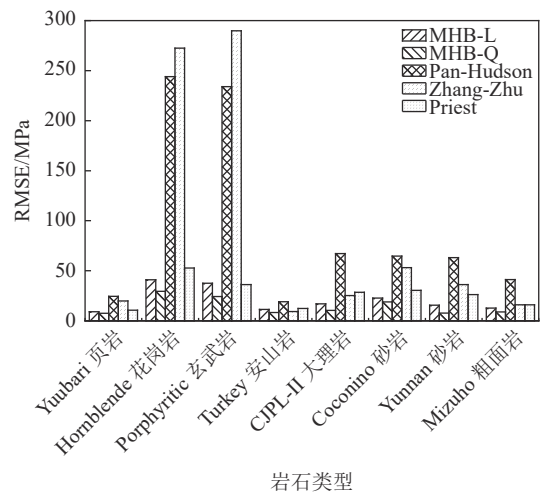


图 4 不同强度准则预测误差

Fig.4 Prediction errors of the different strength criteria

为了探究不同准则强度预测效果的差异性，进一步对比分析不同准则下岩石强度的拟合曲线。限于篇幅原因，本文仅给出 3 种岩石的拟合曲线，如图 5 所示。由图 5 可知，Pan-Hudson 准则和 Zhang-Zhu 准则都充分考虑中间主应力效应及其区间性，在拉压子午线间呈显著的非对称变化趋势，可反映岩石非线性强度特性。然而，二者都存在一定的局限性，

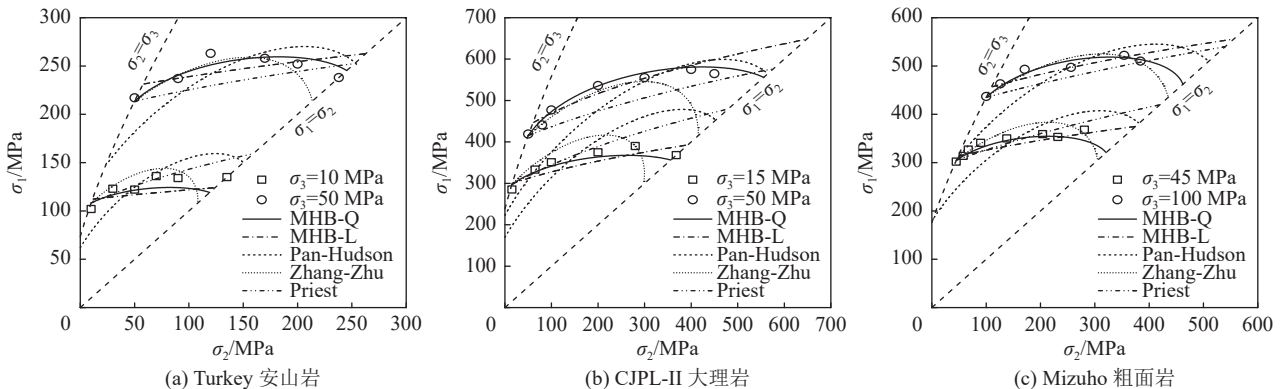


图 5 不同强度准则对不同岩石的拟合曲线

Fig.5 Best fitting curves of different rocks with different strength criteria

以致对所有岩石的强度预测精度基本低于其他准则。具体而言, Pan-Hudson 准则在较低中间主应力下显著低估岩石强度,而在较高的应力条件下往往高估岩石强度,致使无法合理地表征真三轴强度演化特征,并在所有准则中展现出最差的预测精度。Zhang-Zhu 准则在轴对称压缩状态附近表现出较好的拟合精度,但在较高的中间主应力下往往低估岩石强度。究其原因,主要是由于准则屈服面存在非凸性,并且外接 HB 准则,导致轴对称应力状态下的岩石强度基本相同,因此,在较高的中间主应力下难以较为准确地预测岩石强度。同 MHB-L 准则具有相似性的 Priest 准则,亦能表征岩石强度在整个应力范围内的线性增大趋势,但同样存在较高中间主应力下高估岩石强度的问题。此外,由于 Priest 准则在部分最小主应力下与试验结果吻合度较差,故整体预测精度低于 MHB-L 准则。因此,相较于其他真三轴准则, MHB 准则能够更为合理地反映岩石强度特性,并具有较高的可靠性。

5 结 论

1) 在 Hoek-Brown 强度准则的基础上,考虑准则参数和岩石真三轴应力水平间的关联性,引入基于拉格朗日插值原理构建的中间主应力关联函数,构建修正真三轴 Hoek-Brown 强度准则能够较为合理地表征真三轴应力下岩石强度演化规律。

2) 采用线性和非线性拉格朗日插值形式构建的真三轴 Hoek-Brown 强度准则不仅能够继承 Hoek-Brown 强度准则在子午面的非线性优点,亦可表征岩石强度在应力空间中的基本特性。线性插值形式准则的破坏包络线呈非等边六边形,二次插值形式准则的拉压子午线间呈非线性变化,保证屈服面具备连续且光滑的特性。

3) 修正强度准则对不同硬脆性完整岩石的真三轴强度预测性较好,能够较好地反映中间主应力效应。相较于其他真三轴强度准则,具有较好的适用性和可靠性,表达形式简洁和实用性强是修正强度准则的优势。

参考文献(References):

- [1] EVERT H, BROWN EDWIN T. Empirical strength criterion for rock masses[J]. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 1980, 106(9): 1013-1035.
- [2] HOEK E, BROWN E T. Practical estimates of rock mass strength[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1997, 34(8): 1165-1186.
- [3] HOEK E, BROWN E T. The Hoek-Brown failure criterion and GSI-2018 edition[J]. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2019, 11(3): 445-463.
- [4] ZHANG Q, LI C, QUAN X W, et al. New true-triaxial rock strength criteria considering intrinsic material characteristics[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2018, 34(1): 130-142.
- [5] MA L J, LI Z, WANG M Y, et al. Applicability of a new modified explicit three-dimensional Hoek-Brown failure criterion to eight rocks[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2020, 133: 104311.
- [6] YANG Q, ZAN Y W, XIE L G. Comparative analysis of the nonlinear unified strength criterion for rocks and other three-dimensional Hoek-Brown strength criteria[J]. *Geomechanics and Geophysics for Geo-Energy and Geo-Resources*, 2018, 4(1): 29-37.
- [7] YOU M Q. Mechanical characteristics of the exponential strength criterion under conventional triaxial stresses[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2010, 47(2): 195-204.
- [8] ZHANG Q, WANG S L, GE X R, et al. Modified Mohr-Coulomb strength criterion considering rock mass intrinsic material strength factorization[J]. *Mining Science and Technology (China)*, 2010, 20(5): 701-706.
- [9] JIANG H, WANG X W, XIE Y L. New strength criteria for rocks under polyaxial compression[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2011, 48(8): 1233-1245.
- [10] VACHAPARAMPIL A, GHASSEMI A. Failure characteristics of three shales under true-triaxial compression[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2017, 100: 151-159.
- [11] JUN Z, FENG X T, ZHANG X W, et al. Brittle-ductile transition and failure mechanism of Jinping marble under true triaxial compression[J]. *Engineering Geology*, 2018, 232: 160-170.
- [12] SINGLE B, GOEL R K, MEHROTRA V K, et al. Effect of intermediate principal stress on strength of anisotropic rock mass[J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 1998, 13(1): 71-79.
- [13] 王国安, 马林建, 刘新宇, 等. 考虑中间主应力 Hoek-Brown 强度准则及其适用性[J]. *岩土力学*, 2015, 36(8): 2291-2297, 2306.
WANG Guoan, MA Linjian, LIU Xinyu, et al. A new three-dimensional Hoek-Brown strength criterion considering effect of intermediate principal stress and its applicability[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2015, 36(8): 2291-2297, 2306.
- [14] LI H Z, GUO T, NAN Y L, et al. A simplified three-dimensional extension of Hoek-Brown strength criterion[J]. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2021, 13(3): 568-578.
- [15] PRIEST S D. Determination of shear strength and three-dimensional yield strength for the hoek-brown criterion[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2005, 38(4): 299-327.
- [16] 管月稳, 俞茂宏, 王思敬. 岩石的非线性统一强度准则[J]. *岩石力学与工程学报*, 2002, 21(10): 1435-1441.
ZAN Yuewen, YU Maohong, WANG Sijing. Nonlinear unified strength criterion of rock[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics*

- and Engineering, 2002, 21(10): 1435–1441.
- [17] HUANG J Q, ZHAO M, DU X L, *et al.* An elasto-plastic damage model for rocks based on a new nonlinear strength criterion[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2018, 51(5): 1413–1429.
- [18] ZHANG L. A generalized three-dimensional Hoek–Brown strength criterion[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2008, 41(6): 893–915.
- [19] ZHANG L Y, ZHU H H. Three-dimensional Hoek-Brown strength criterion for rocks[J]. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, 2007, 133(9): 1128–1135.
- [20] 张诗淮. 硬脆性砂岩强度与变形特性研究 [D]. 北京: 北京科技大学, 2019.
ZHANG Shihuai. Study on strength and deformability of hard brittle sandstone[D]. Beijing: University of Science and Technology Beijing, 2019.
- [21] LEE Y K, PIETRUSZCZAK S, CHOI B H. Failure criteria for rocks based on smooth approximations to Mohr–Coulomb and Hoek–Brown failure functions[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2012, 56: 146–160.
- [22] ZHANG Q, ZHU H H, ZHANG L Y. Modification of a generalized three-dimensional Hoek–Brown strength criterion[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2013, 59: 80–96.
- [23] WU S C, ZHANG S H, ZHANG G. Three-dimensional strength estimation of intact rocks using a modified Hoek-Brown criterion based on a new deviatoric function[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2018, 107: 181–190.
- [24] TAKAHASHI M, KOIDE H. Effect of the intermediate principal stress on strength and deformation behavior of sedimentary rocks At the depth shallower than 2000 m[C]. Rotterdam, 1989: 19–26.
- [25] YAMADA Y, ISHIHARA K. Anisotropic deformation characteristics of sand under three dimensional stress conditions[J]. *Soils and Foundations*, 1979, 19(2): 79–94.
- [26] 周火明, 单治钢, 李维树, 等. 深埋隧洞大理岩卸载路径真三轴强度参数研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2012, 31(8): 1524–1529.
- ZHOU Huoming, SHAN Zhigang, LI Weishu, *et al.* Study of true triaxial strength parameters in unloading path of marbles in deep tunnel[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2012, 31(8): 1524–1529.
- [27] MOGI K. Experimental rock mechanics[M]. London: Taylor and Francis, 2007.
- [28] SRIAPAI T, WALSRİ C, FUENKAJORN K. True-triaxial compressive strength of Maha Sarakham salt[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2013, 61: 256–265.
- [29] FENG X T, KONG R, YANG C X, *et al.* A three-dimensional failure criterion for hard rocks under true triaxial compression[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2020, 53: 103–111.
- [30] MA X D, HAIMSON B C. Failure characteristics of two porous sandstones subjected to true triaxial stresses[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2016, 121: 6477–6498.
- [31] FENG X T, KONG R, ZHANG X W, *et al.* Experimental study of failure differences in hard rock under true triaxial compression[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2019, 52(7): 2109–2122.
- [32] MOGI K. Fracture and flow of rocks under high triaxial compression[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1971, 76(5): 1255–1269.
- [33] JIANG H. A failure criterion for rocks and concrete based on the Hoek-Brown criterion[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2017, 95: 62–72.
- [34] 李修磊, 陈臣, 凌天清. 一种考虑主应力空间的岩石非线性真三轴强度准则[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2021, 53(11): 127–135.
LI Xiulei, CHEN Chen, LING Tianqing. A nonlinear true triaxial strength criterion for rocks considering principal stress space characteristics[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2021, 53(11): 127–135.
- [35] PAN X D, HUDSON J A. A simplified three dimensional Hoek-Brown yield criterion[C]//Rock Mechanics and Power Plants. Rotterdam, 1988: 95–103.